ÉVFOLYAM
Volume

XXVII

2025

GEOMATIKAI KÖZLEMÉNYEK

Publications in Geomatics

FŐSZERKESZTŐ
Editor in Chief

PAPP G

TANÁCSADÓ TESTÜLET
Advisory board

VÖLGYESI L (*elnök/chair*)
BIRÓ P
MÁRTON P
BOZÓ L

HU ISSN 1419-6492



FÖLDFIZIKAI ÉS ŰRTUDOMÁNYI KUTATÓINTÉZET
SOPRON

Geomatikai Közlemények

Publications in Geomatics

kiadja a

HUN-REN FÖLDFIZIKAI ÉS ŰRTUDOMÁNYI KUTATÓINTÉZET

9400 Sopron, Csatkai E. u. 6-8.
tel.: +3699 508 364

e-mail: geomatika@epss.hun-ren.hu

web: https://geomatika.epss.hu/
web programozó: Lovranits Tamás

felelős kiadó:
Kovács István János
főigazgató

főszerkesztő:
Papp Gábor

angol nyelvi szerkesztő:
Papp Gábor

technikai szerkesztő:
Szlávy Anna

készült a

LŐVÉR PRINT Kft. nyomdájában
9400 Sopron, Ady Endre u. 5.
tel.: +3699 329 977

megjelent 50 példányban

Sopron, 2025

HU ISSN 1419-6492

GEOMATIKAI KÖZLEMÉNYEK XXVII.

„Minden nemzet a maga
nyelvén lett tudós,
de idegenen sohasem.”

(Bessenyei György)

ÁLTALÁNOS INFORMÁCIÓK ÉS ÚTMUTATÓ

A Geomatikai Közlemények 1998 óta rendszeresen, általában évenként egy alkalommal megjelenő folyóirat. A kiadvány célja, hogy elsősorban magyar és esetenként angol nyelvű fórumot biztosítson azon hazai, ill. külföldi kutatóknak és szakembereknek, akik a geodézia, fotogrammetria, térinformatika, fizikai geodézia, geofizika, földmágnesség, geodinamika, a Föld belső szerkezete és a Föld körüli térség fizikája, tágabb értelemben véve a földtudományok területén elért tudományos eredményeiket szeretnék közzétenni. A kiadványban megjelenő cikkek és tanulmányok a mai normáknak megfelelő lektorálási folyamaton mennek keresztül, azaz mielőtt publikálásra kerülnek legalább két független bíráló véleményt alkot a közlésre benyújtott kéziratról. A bírálók nevét alaphelyzetben csak a szerkesztőbizottság ismeri, de a bírálók kérhetik anonimitásuk felfüggesztését. A bírálatok alapján a bizottság eldönti, hogy az adott kézirat megfelel-e a Geomatikai Közlemények formai és tartalmi követelmény-rendszerének, illetve, hogy az esetlegesen felmerülő hibák és hiányosságok kijavíthatók- és pótolhatók-e a kézirat kisebb-nagyobb átdolgozásával. A szerkesztőbizottság szakmai munkáját egy Tanácsadó Testület segíti.

A Geomatikai Közlemények szerkesztését, amelyet 2011-től már egy az interneten keresztül elérhető és működtethető web felület is támogat (https://www.geomatika.epss.hu/kozlemenyek ©Lovranits Tamás és Papp Gábor), társadalmi munkában végző szerkesztőség nagy hangsúlyt fektet a lehető leggyorsabb minőségi munkára. Ez mind a szerzőktől, mind a bírálóktól erőfeszítéseket és fegyelmet kíván, amit a szerkesztőség előre is tisztelettel megköszön. Ennek biztosításához javasoljuk áttanulmányozni a következő anyagokat:

Geomatikai_Közlemények_instrukciók_szerzőknek.doc,
Geomatikai_Közlemények_instrukciók_bírálóknak.pdf,

amelyek a már fent megadott címre belépve a megfelelő linkeken keresztül letölthetők. A regisztrált felhasználók ugyanezen a felületen keresztül végezhetik el a rendszer által koordinált aktuális feladataikat akár szerzői akár bírálói szerepkörben. Az új felhasználók ugyanitt regisztrálhatnak, felhasználói név és e-mail cím megadásával.

A feltöltött kéziratokat a szerkesztőség egy tagja, a kézirathoz rendelt felelős szerkesztő előbírálja, elsősorban az instrukciókban megfogalmazott formai szempontok szerint. Ha a kézirat formailag kielégítőnek bizonyul, akkor elindul a bírálati folyamat, amely általában több ciklust is képez és egészen addig tart, ameddig a bírálók, ill. a felelős szerkesztő ezt tartalmi-formai indokok miatt szükségesnek tartják. A bírálati fázisokról és az aktuális teendőkről mind a szerzők mind a bírálók automatikus üzenetekben értesülnek.

A Geomatikai Közleményeket a HUN-REN Földfizikai és Űrtudományi Kutatóintézet adja ki. Jelen kötet kiadásának anyagi hátterét a FI biztosította.

A Geomatikai Közlemények jelen kötetének felelős szerkesztői:
Gribovszki Katalin és Völgyesi Lajos.

A KÖTETBEN MEGJELENT CIKKEK BÍRÁLÓI

Kenyeres Ambrus
Sátori Gabriella
Benedek Judit
Völgyesi Lajos

TARTALOMJEGYZÉK

Contents

Rózsa Szabolcs, Bozóki Tamás (szerk.)..... 7
A Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Unió (IUGG) Magyar Nemzeti Bizottság (MNB) hírlevele
The Newsletter of the International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) Hungarian National Committee (HNC)

Varga Péter 23
Az árapály jelenségről
About the tidal phenomenon

Benyújtva: 2025.09.30 *Közlésre elfogadva: 2025.12.10*

A NEMZETKÖZI GEODÉZIAI ÉS GEOFIZIKAI UNIÓ (IUGG) MAGYAR NEMZETI BIZOTTSÁG (MNB) HÍRLEVELE

The Newsletter of the International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) Hungarian National Committee (HNC).

Ez a dokumentum az IUGG Magyar Nemzeti Bizottság (MNB) 2024. évi hírlevele.

1 Az IUGG Magyar Nemzeti Bizottsága

Az IUGG nyolc tagszervezetből áll, melyek a következők:
- Nemzetközi Geodéziai Szövetség (International Association of Geodesy, **IAG**),
- Nemzetközi Krioszféra Tudományok Szövetség (International Association of Cryospheric Sciences, **IACS**),
- Nemzetközi Szeizmológiai és Földbelső-fizikai Szövetség (International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior, **IASPEI**),
- Nemzetközi Meteorológiai és Légköri Tudományok Szövetség (International Association of Meteorology and Atmospheric Sciences, **IAMAS**),
- Nemzetközi Vulkanológiai és Földbelső-kémiai Szövetség (International Association of Volcanology and Chemistry of the Earth's Interior, **IAVCEI**),
- Nemzetközi Hidrológiai Tudományok Szövetség (International Association of Hydrological Sciences, **IAHS**),
- Nemzetközi Fizikai Óceanográfiai Szövetség (International Association for the Physical Sciences of the Oceans, **IAPSO**),
- Nemzetközi Geomágnesességi és Aeronómiai Szövetség (International Association of Geomagnetism and Aeronomy, **IAGA**).

Az IUGG Magyar Nemzeti Bizottság (MNB) az egyes tagszervezetek nemzeti képviselőit tömöríti. A hírlevél összeállításakor az IAG nemzeti képviselője Rózsa Szabolcs, az IACS nemzeti képviselője Bartholy Judit, az IASPEI nemzeti képviselője Kalmár Dániel, az IAMAS nemzeti képviselője Bozó László, az IAVCEI nemzeti képviselője Harangi Szabolcs, az IAHS nemzeti képviselője Gribovszki Zoltán, az IAPSO nemzeti képviselője Weidinger Tamás (aki Horváth Lászlótól vette át a képviseletet 2025 első felében), az IAGA nemzeti képviselője pedig Heilig Balázs (aki Wesztergom Viktortól vette át a képviseletet 2024-ben). Az IUGG MNB elnökét és titkárát az MTA Földtudományok Osztálya választja meg, a Bizottság elnöke Rózsa Szabolcs, titkára Bozóki Tamás.

2024. április 4-én a soproni HUN-REN Földfizikai és Űrtudományi Kutatóintézet (FI) adott otthont az IUGG MNB által első alkalommal megszervezett egynapos előadóülésnek és szakmai találkozónak: az IUGG Napnak (https://iugg.epss.hu/iuggnap/). A rendezvény sikerességét jól mutatja, hogy azon körülbelül 40 kutató vett részt, a résztvevők közel felét fiatal kutatók tették ki, 15 szóbeli előadás hangzott el, valamint 16 poszter is bemutatásra került.

Az IUGG megalapításának 105. évfordulójának évében megtartott rendezvényen a résztvevőket elsőként Dr. Kovács István János és Prof. Sierd Cloething a FI megbízott igazgatója és tudományos főtanácsadója köszöntötte (1. ábra). Dr. Rózsa Szabolcs, az IUGG MNB elnökének köszöntője után a rendezvény az IUGG 8 tagszervezetének (IAG, IACS, IASPEI, IAMAS, IAVCEI, IAHS, IAPSO, IAGA) és a tagszervezetekhez kapcsolódó hazai tudományos tevékenységeknek a bemutatásával folytatódott a nemzeti képviselők tolmácsolásában.

**HUN-REN FI, 9400 Sopron, Csatkai u. 6-8.*
E-mail: bozoki.tamas@hun-ren.epss.hu



1. ábra. Dr. Kovács István János a HUN-REN Földfizikai és Űrtudományi Kutatóintézetének megbízott igazgatója köszönti a IUGG Nap résztvevőit



2. ábra. Kerekasztal-beszélgetés az IUGG MNB céljairól és jövőbeli terveiről

A délutáni szekció a nemzeti képviselők által felkért előadók szakmai előadásával indult, ahol többek között a müográfia geofizikai alkalmazásairól, óceáni áramlások laboratóriumi vizsgálatáról és a légkör globális műholdas navigációs rendszerek segítségével történő monitorozásáról hallhattak egy-egy izgalmas előadást a résztvevők. A nap az IUGG MNB jövőbeli terveinek ismertetése után egy kerekasztal-beszélgetéssel zárult (2. ábra), amelynek a résztvevői: Rózsa Szabolcs (IUGG MNB elnök, IAG nemzeti képviselő), Kalmár Dániel (IASPEI nemzeti képviselő), Harangi Szabolcs (IAVCEI nemzeti képviselő), Heilig Balázs (IAGA nemzeti képviselő), Gribovszki Zoltán (IAHS nemzeti képviselő), Kovács István János (FI megbízott igazgató) és Weidinger Tamás (ELTE Meteorológiai Tanszék) voltak. A beszélgetés résztvevői egyetértettek abban, hogy az IUGG MNB

kiváló lehetőséget jelent a hazai intézetek és a különböző tudományágak közötti szorosabb együttműködés elősegítésére, fontos szerepet játszhat a külföldön élő magyar kutatókkal történő kapcsolattartás erősítésében, valamint jó lehetőséget biztosíthat fiatal kutatóknak a földtudományokhoz kapcsolódó hazai kutatásokba történő bekapcsolódásba.

Az IUGG MNB fontos célja a kvantitatív földtudományokkal foglalkozó magyar kutatók közötti információáramlás elősegítése, amely reményeink szerint hasznos tapasztalatok megosztásához, új együttműködések kialakulásához, és ezáltal a közösség kollektív erősödéséhez vezet. Ezzel a céllal összhangban az IUGG MNB egy tudományos hírlevél elindítása mellett döntött, amelyben az itthon és külföldön dolgozó magyar kutatók éves rendszerességgel számolhatnak be a közösségnek tudományos eredményeikről és a témájukhoz kapcsolódó egyéb hírekről. 2024-ben felhívást tettünk közzé, és a nemzeti képviselőkön keresztül arra kértük az érintett intézményeket, hogy osszák meg legfrissebb eredményeiket az IUGG hírlevélben. A hírlevelek egyes számai nem törekednek a teljességre, de minden közreműködő előtt nyitottak. Örömmel várunk minden rövid hírt, amely az IUGG tudományterületeihez kapcsolódik!

2 Geodézia

2.1 Kőzetdőlések megfigyelése a Mura-Mürz törésvonal mentén

A Mura-Mürz törésvonal (MMTV) tektonikai folyamatokkal összefüggő kőzetdőléseinek megfigyelésére az elmúlt években fokozatosan épült ki a lokális Mura-Mürz Monitoring Hálózat (MMMH). A folyamatos mérésekhez a Lippmann-féle, nanoradián felbontású, 2D függőleges inga típusú kompakt dőlésmérőket alkalmazzák. A részben a GeoSphere Austria, részben a magyarországi HUN-REN Földfizikai és Űrtudományi Kutatóintézet Geodéziai kutatási egysége által üzemeltetett MMMH öt földalatti állomásból áll, kettő Ausztriában (COBS, PTNA), három Magyarországon (SOPGO, SOPPAL, BREBA). A hálózat eredetileg a terület lassú tektonikus deformációinak megfigyelését hivatott szolgálni, de az MMMH a helyi, tranziens szeizmikus eseményekhez kapcsolódó, elsősorban a szeizmo-tektonikai kutatások számára hasznosítható kőzetdőlés idősorokat is szolgáltat. A hálózat 2023 eleje óta működik, és az adatok (a kőzetek kelet-nyugati és észak-déli irányú dőlései, a levegő hőmérséklete, páratartalma és nyomása) folyamatos regisztrálása 5 Hz-es mintavételi frekvenciával történik. A mérési helyszínekről történő ütemezett adattovábbítást az állomásokon rendelkezésre álló informatikai infrastruktúra biztosítja. A mérések a kepujsag.ggki.hu nyilvános weboldalon óránként frissülnek.

Az elmúlt évek során az adatokat tartalmazó fájlok elnevezésére és tárolására egy alkalmas protokollt dolgoztak ki és vezettek be a mindennapi rutinfeladatok hatékony elvégzése érdekében. Valamint előfeldolgozó (rövid adatszakadások és –ugrások korrekciójára), adatelemző (szűrés, spektrális elemzés, koherencia, zajszintváltozás azonosítása és földrengés beérkezési idő becslésére) és a hosszú idősorok megjelenítésére szolgáló programokat fejlesztettek ki, amelyek mind a háttér számítási-infrastruktúrát szolgáltató HP Unix operációs környezetben futtathatók.

A 2023-as év eleje óta a hosszúperiódusú jeleken túl (pl. árapály-hatás okozta kőzetdőlés) számos helyi és távoli szeizmikus esemény tranziens hullámformáit is rögzítették az állomások. Az adatok alapján sikeres kísérletet tettek az MMTV tektonikai folyamataihoz kapcsolódó helyi földrengések epicentrumainak lokalizálására, annak bizonyítására, hogy az MMMH működése alkalmas a tektonikai folyamatok megfigyelésére. A kedvezőtlen hálózati geometria és az alkalmazott geometriai és fizikai egyszerűsítések ellenére az időben megfelelő pontossággal szinkronizált kőzetdőlés idősorok feldolgozására kifejlesztett, időkésés inverzión alapuló módszer a helyi szeizmológiai állomások megfigyelései alapján meghatározott epicentrumokhoz közeli epicentrum-koordinátákat (eltérések átlaga: 4,5 km, mediánja: 2,3 km) ad. Ezen ígéretes eredmények megalapozzák a további vizsgálatok tervezését a kőzetdőlési adatok szeizmo-tektonikai kutatásokban való alkalmazására.

Barbély Enikő, Benedek Judit, Papp Gábor
HUN-REN FI, Geodéziai Kutatási Egység

2.2 Gravitációs tér modellezése a Balmuccia Challenge keretében

A HUN-REN FI Geodéziai Kutatási Egység tagjai aktívan vettek részt a Lausanne-i Egyetem Földtudományi Intézete által vezetett „Balmuccia gravitációs modellezési kihívás" című projektben. A projekt célja az ún. Ivrea-testbe ékelődött Balmuccia-peridotit test 3D modellezése, a formáció geológiai tanulmányozására végzendő mélyfúrások pontos helyének megállapítására. Ennek keretében azokat a számítógépes algoritmusaikat használták fel, melyeket az ún. „forward" gravitációs számításokban, a derékszögű hasáb- és poliéderes térfogatelemekkel diszkretizált tömegeloszlási modellek alkalmazása során fejlesztettek az elmúlt évtizedek során. Megvizsgálták a digitális terepmodell térbeli felbontásának hatását a gravitációs szimuláció eredményére, különösen azokon a pontokon, ahol gravitációs mérések állnak rendelkezésre. Az egység tagjai által kifejlesztett rácsalapú algoritmus hatékonyan képes csökkenteni a térfogatelemek számát, ami az alkalmazott küszöb-paraméter értékének függvényében akár egy nagyságrendnyi idő csökkenést eredményez az erőtér szimulációk futási idejében. Még alpesi topográfia esetében is, az alkalmazott 2 m-es simítási küszöbérték mellett sem haladja meg a 0,5 mGal-t az optimalizált és a referencia topográfiai modell gravitációs hatásai közötti eltérés.

Barbély Enikő, Benedek Judit, Papp Gábor
HUN-REN FI, Geodéziai Kutatási Egység

3 Szeizmológia és a Föld belső fizikája

3.1 Őskörnyezet és vulkánosság modellezés

Az MTA-FI FluidsByDepth Lendület Kutatócsoport idén megjelent tanulmányai közül egyik a Journal of Volcanology and Geothermal Research-ben jelent meg (Hencz et al. 2024), fő témája pedig a pliocén őskörnyezet és a balaton-felvidéki vulkánosság kapcsolata. A munka központjában a Szent György-hegy, főleg annak robbanásos vulkánkitörésekhez kapcsolható kőzetei (piroklasztitok) vannak. A Szent György-hegy részletes vulkáni fejlődéstörténete nem ismert, az újonnan felfedezett piroklasztit-rétegsora viszont lehetőséget nyújt ennek a rekonstruálására. Részletesen dokumentáltuk a rétegsort, amely a hegy alsó és csúcsközeli szintjén is szálban feltárul. Ezután rétegkontrollált módon kézipéldányokat gyűjtöttük, és azok vágott felszínét digitalizáltuk. A kőzetfelszíneken digitális képelemzést végeztünk annak érdekében, hogy a kőzetösszetevők felületarányát számszerűsítsük. Az eredmények alapján kiemelendő, hogy a Szent György-hegyhez hasonló, rendkívül gyakori maar vulkánok kitörése hirtelen kitörési típusváltással jellemezhető a környezetükben lévő víz mennyiségének és helyének függvényében. Az ilyen vulkánok kutatása ezért rendkívüli fontossággal bír a vulkáni veszélyek megértése, ezáltal jobb veszély-előrejelzés miatt.

Berkesi Márta, Hencz Mátyás,
Spránitz Tamás, Németh Károly
MTA-FI FluidsByDepth Lendület Kutatócsoport

3.2 Hőmérséklet modellezés a Pannon-medence északnyugati részén

Megjelent továbbá egy új, korszerű numerikus modellezési módszert alkalmazó tanulmány a Pannon-medence északnyugati részének múltbeli (elmúlt 10 millió évre vonatkozó) és jelenkori hőmérsékletteréről (Békési et al. 2025) az EGU Solid Earth folyóiratban. A modellt több mint 300, fúrásokban mért hőmérséklet adattal kalibráltuk, és a legújabb geofizikai és geológiai adatrendszereket használtuk bemenő paraméterekként, ezzel biztosítva a lehető legpontosabb leképzését a litoszféra hőmérsékletterének. Mindezek a litoszféra-léptékű fluidumáramlások pontosításában is szerepet játszanak. Az üledékes medencék mélybeli hőmérsékleti fejlődésének modellezése kulcsfontosságú a geodinamikai folyamatok és a geoenergetikai erőforrás-potenciál

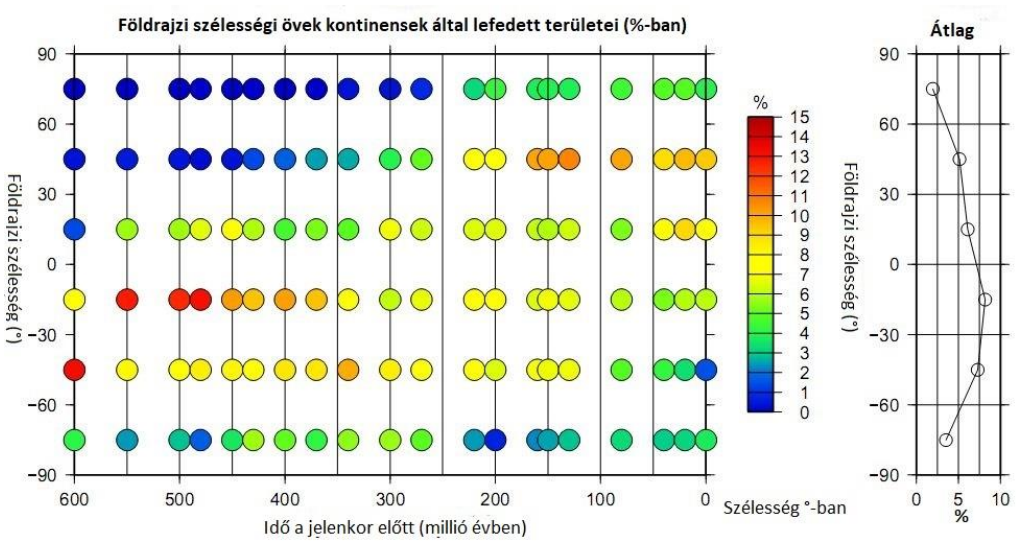
meghatározásához. A munka során számos bemeneti adattal parametrizált modellezéssel becsléseket adunk a litoszféra nyúlásának, majd vastagodásának mértékére. Vizsgáljuk a modell bementi paramétereinek hatását a kapott hőmérsékleti becslésekre természetesen rögzítve annak bizonytalanságait és korlátait.

Békési Eszter, Berkesi Márta, Porkoláb Kristóf
MTA-FI FluidsByDepth Lendület Kutatócsoport

3.3 Az asztenoszféra viszkozitásának szerepe a tektonikai lemezek mozgásában

A litoszférát és a lemezeket mozgató erők meghatározásához elengedhetetlen az asztenoszféra viszkozitásának ismerete. A viszkozitás értékét a „menekülés a pólusoktól" néven is ismert Eötvös-erő számításával határoztuk meg (Fodor et al. 2024). Az általunk becsült $\eta = (10^{13} - 10^{14})$ Pa·s viszkozitás érték alacsonyabb, mint a legtöbb szerzőé, de megegyezik a Jin et al. (2004), Doglioni et al. (2011), Zaccagnino (2020) újabban kapott értékeivel.

Az Eötvös-erő érvényesülését a lemeztektonikában mutatja a 3. ábra. Ezt 20, a földtörténet utolsó 600 millió évét illusztráló, ősföldrajzi térkép sorozat digitalizálása alapján készítettük. Látható, hogy a kontinensek elhelyezkedése az alacsonyabb szélességeken, a sarkoktól távol, koncentrálódik. Azaz az Eötvös-erő hatása érvényesül a kontinensek szélesség szerinti elhelyezkedésében. Ez alátámasztja az általunk kapott asztenoszféra viszkozitás érték megalapozottságát.



3. ábra. Az Eötvös-erő érvényesülése a lemeztektonikában

Az így kapott η értéket felhasználva meghatároztuk a teljes litoszféra Földhöz viszonyított elmozdulásához szükséges energia nagyságát (0,5 - 5,1 $\cdot 10^{11}$ Joule/s). Ezt az értéket összevetettük az árapálysúrlódás által okozott forgási energia változással, melynek értékére 3,3 $\cdot 10^{12}$ Joule/s adódott. Tehát az utóbbi energia nagysága önmagában elegendő lehet a teljes litoszféra nyugati irányú mozgatásához. Ezt a nyugati irányultságot támogatja az Eötvös-erő is, amely megakadályozza, hogy a lemezek poláris irányban mozogjanak. Eredményünk megerősíti Nesi et al. (2023) árapályhatáson alapuló eredményét a litoszféra nyugati irányú sodródásáról.

Varga Péter, Fodor Csilla, Sneeuw Nico (Stuttgart)
HUN-REN FI

3.4 Árapály súrlódás és a földrengés aktivitás szélesség szerinti eloszlása

Az árapály súrlódás következtében bekövetkező tengely körüli forgássebesség csökkenés megváltoztatja a Föld geometriai lapultságát. Ez a változás feszültségeket eredményez az úgynevezett kritikus szélességeken ($\phi \approx \pm 50°$).

1. táblázat. Földrengés aktivitás szélesség szerinti eloszlása

Földrajzi szélesség	Az $M \geq 7$-es földrengések teljes listája			$M \geq 7$-es földrengések (forrás mélysége ≤ 100 km)			$M \geq 7$-es földrengések (forrás mélysége > 100 km)		
	n	E (10^{18} J)	E/n (10^{16} J)	n	E (10^{18} J)	E/n (10^{16} J)	n	E (10^{18} J)	E/n (10^{16} J)
0°	470	11,56	2,46	398	10,67	2,68	72	0,89	1,24
15°	357	4,70	1,32	276	3,82	1,38	81	0,88	1,09
30°	305	16,53	5,42	280	16,30	5,82	25	0,23	0,92
45°	168	5,02	2,99	144	4,49	3,12	24	0,53	2,22
60°	17	4,12	24,22	17	4,12	24,22	0	0	0
75°	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Az International Seismological Centre Global Instrumental Earthquake Catalogue (1904-2020) (https://www.isc.ac.uk/iscgem/index.php) adatainak felhasználásával végzett vizsgálataink eredményei alátámasztják ezt a feltételezést (Varga és Fodor 2021, Fodor et al. 2024) (1. táblázat):

1 nincsenek $M \geq 7$-es események, ha $\phi \geq 70°$; $\phi = \pm 50°$ és a pólusok között csak sekély fókuszú nagy eseményeket figyeltünk meg,
2 az $M \geq 7$-es földrengések száma az egyenlítőtől a pólusok felé haladva csökken,
3 nincs összefüggés a szeizmikus energia felszabadulásának szélességi körök mentén való eloszlása és a legerősebb $M \geq 7$-es események előfordulása között,
4 és ami talán a legfontosabb: az eseményenkénti földrengési energia eloszlása jelentős anomáliát mutat a $\phi = 50°$ és $\phi = 60°$ szélességek között.

Varga Péter, Fodor Csilla, Sneeuw Nico (Stuttgart)
HUN-REN FI

3.5 A Pannon medence történeti rengéseinek vizsgálata, kísérlet ezek epicentrumainak és magnitúdóinak becslésére

A műszeres szeizmológia megjelenése előtti, történelminek nevezett, földrengések vizsgálatának két akadályával foglalkoztunk (Varga et al. 2023):

1. az a hely, ahol a földrengések hatását észrevették és a megfigyeléseket följegyezték gyakran nem esett egybe a földrengés epicentrumával,
2. a kortársak a földrengések hatását sokszor másként érzékelték és jegyezték fel, mint azt a jelenkorban élők tennék.

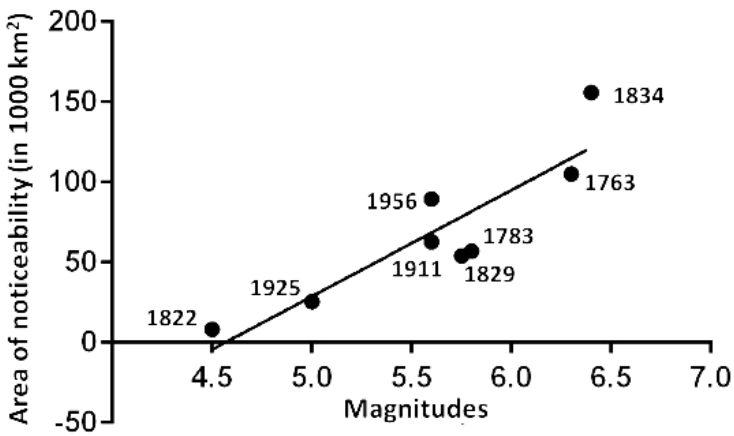
Hogy ezeknek a bizonytalanságoknak hatásait csökkentsük tapasztalati képleteket készítettünk.

1. Nyolc olyan jelenkori földrengés alapján melyek izoszeiszta térképeinek intenzitás adatai és műszerekkel meghatározott magnitúdó értékei rendelkezésre állnak a következő, a Pannon medencére érvényes, kifejezést kaptuk (ahol R a hipocentrális távolság):

$$M = (I + 1{,}5 \cdot lnR - 2{,}8)/1{,}44$$

2. Mivel a régmúltban készült feljegyzések káradatai bizonytalanok a rendelkezésre álló forrásokat két részre bontottuk: a korabeli feljegyzés tartalmaz kárról szóló információt, vagy csak annyi áll benne, hogy érezték a rengést. A kétféle adat között feltételezhetően húzódhatott az $I = 4$ izoszeiszta, mely elhatárolja károsodott területet attól, ahol csak észlelték az eseményt. Az 1763 és 1956 közötti nyolc jól meghatározott esemény eredményeire támaszkodva (4. ábra) a következő tapasztalati összefüggést határoztuk meg az $I = 4$ izoszeiszta által elfoglalt terület és az M magnitúdó érték között:

$$\text{Terület (1000 km2)} = a \cdot M + b = (66{,}28 \pm 13{,}8) \cdot M - (302{,}6 \pm 79{,}8)$$



4. ábra. Az I=4 izoszeiszta által elfoglalt terület és az M magnitúdó érték közötti összefüggés

Korrelációs együttható: 0,891, valamint 5%-os konfidenciaszintet alkalmazva az F statisztika szerint az egyenlet baloldalán szereplő a és b együttható értékek megbízhatóak.

Fenti kifejezésekre, valamint jelentős talajfolyósodási, hidrológia és korabeli hivatalos kárfelmérési adatbázisokra támaszkodva sikerült több jelentős történelmi földrengés magnitúdó értékét és epicentrumának helyét ellenőriznünk, illetve újraértékelnünk.

Varga Péter, Győri Erzsébet, Fodor Csilla, Timár Gábor
HUN-REN FI, ELTE

4 Meteorológia és légköri tudományok

4.1 A légköri szén-dioxid háttérkoncentrációjának alakulása Magyarországon 1993-2023 között

Magyarországon Európában az elsők között, 1981-ben indult meg a légkör szén-dioxid tartalmának folyamatos nyomon követése. 1981 és 1999 között az Országos Meteorológiai Szolgálat K-pusztai állomásán folytak a mérések, míg 1994-től a hegyhátsáli TV/rádió-adótorony vált a mérések bázisává. A szén-dioxid hosszú légköri tartózkodási idejének köszönhetően a két helyszínen végzett mérések, kellő körültekintéssel, összekapcsolhatók, kialakítva egy nemzetközileg is kiemelkedő hosszúságú

adatsort. A K-pusztai mérések feldolgozása a maguk idejében megtörtént (Haszpra 1999), míg a három évtizedes hegyhátsáli adatsor kiértékelése 2024-ben jelent meg az Atmospheric Measurement Techniques című folyóiratban (Haszpra 2024). A Hegyhátsálon mért hosszú távú koncentráció-trend (2,20 μmol mol^{-1} $év^{-1}$) szorosan követi az adott időszak globális tendenciáját, míg a koncentráció az európai nettó emberi kibocsátásnak köszönhetően átlagosan $3{,}90 \pm 0{,}83$ μmol mol^{-1}-lal haladja meg az óceáni háttérértéket. A koncentráció növekedési ütemében jól kimutathatók a El Niño Déli Oszcilláció (ENSO) gerjesztette ingadozások. A szén-dioxid koncentráció növekedési ütemének ingadozása a hazai adatsorban 6-7 hónapos késleltetéssel követi az ENSO-t. Kiderült, hogy a szén-dioxid koncentráció napi ingásának amplitúdója lassan nő, különösen nyáron, alapvetően az éjszakai magas koncentrációk átlagosnál gyorsabb növekedése miatt. Ez utóbbi hátterében a felmelegedés, az erősödő növényi respiráció áll. A felmelegedés a mérési időszak első felében $0{,}96 \pm 0{,}41$ nap $év^{-1}$-vel hozta előrébb azt az időpontot, amikor a légkör az évi átlaghoz képest a téli többletből nyári CO_2-hiányba váltott. Ez a folyamat azonban a 2010-es évektől leállt vélhetően azért, mert a további melegedés elegendő fény nélkül már nem tudta korábbra húzni a növények vegetációs időszakának kezdetét, a szén-dioxid asszimiláció megindulását.

Haszpra László
HUN-REN FI

4.2 A globális villámdinamika vizsgálata különböző időskálákon a Schumann-rezonancia frekvenciaváltozásai alapján

A nagycenki Széchenyi István Geofizikai Obszervatórium (NCK) immár több, mint három évtizedet átölelő Schumann-rezonancia (SR) adatsorának segítségével vizsgáltuk a globális villámtevékenységben különböző időskálákon bekövetkező változásokat (Sátori et al. 2024). Bemutattuk, hogy a SR frekvenciák hogyan tükrözik a globális villámtevékenység átrendeződéseit a napi és az éves időskálákon, valamint, hogy bizonyos esetekben a SR frekvenciák távoli földrészeken (például Dél-Amerikában) kialakuló több száz kilométer kiterjedésű zivatarláncok mozgására is érzékenyen reagálnak. A vizsgálat talán legérdekesebb eredménye, hogy a csendes-óceáni El Nino - Déli Oszcilláció (ENSO) jelenség erős meleg fázisait követően jelentősen megnőhet a villámtevékenység a Föld északi féltekén, ami a trópusokon felgyülemlő hő közepes szélességek felé történő szétterjedésével hozható összefüggésbe. Az eredmények magyar nyelvű összefoglalója a HUN-REN oldalán érhető el[1].

Sátori Gabriella, Bozóki Tamás
HUN-REN FI

4.3 Légköri távkapcsolatok nyomában sokasági éghajlati szimulációkkal

A tanulmány a pillanatkép-megközelítés alkalmazását mutatja be az éghajlatváltozás kutatásában (Haszpra et al. 2024). Ez a módszer a sokasági éghajlati szimulációkat használja fel az éghajlati rendszer pillanatnyi állapotainak jobb megértésére. A hagyományos időbeli statisztikák helyett a pillanatnyi állapotok eloszlását veszi alapul, így pontosabb képet ad az éghajlati változásokról. A megközelítés alapja a pillanatkép-attraktorok elmélete, amely a rendszer pillanatnyi lehetséges állapotainak valószínűségi eloszlását írja le. Az éghajlati rendszer belső változékonysága a kaotikus és disszipatív dinamika következménye, így a szimulációk kezdeti feltételei idővel elveszítik jelentőségüket, és a külső kényszerek válnak meghatározóvá, mely dinamikát kizárólag sokaságok jellemezhetik matematikai értelemben helyesen. A pillanatkép-attraktorok segítségével az éghajlat

[1] https://hun-ren.hu/tudomanyos_hirek/egy-csendes-oceani-jelenseg-miatt-lehet-tobb-zivatar-magyarorszagon-107736

belső változékonysága minden időpillanatban egzakt módon vizsgálható. A tanulmány bemutatja, hogy a sokasági szimulációk egy idő után konvergálnak a pillanatkép-attraktorhoz, amely az adott kényszerek mellett lehetséges állapotokat reprezentálja a konvergencia után.

Az arktikus oszcilláció (AO) példáján keresztül a szerzők szemléltetik, hogyan alkalmazható a pillanatkép-megközelítés a légköri távkapcsolatok feltérképezésére. Az empirikus ortogonális függvények (EOF) elemzésének, szerzők által kifejlesztett pillanatkép-alapú változata (SEOF) lehetővé teszi az éghajlati oszcillációk időbeli változásának pontos követését.

Az AO fontos szerepet játszik az északi félteke időjárásának és klímájának alakulásában, a tanulmány kitér arra, hogy az AO mintázata és intenzitása a jövőben változhat. A pillanatkép-megközelítésben számított korrelációs együtthatók pontosabb képet adnak az éghajlati változások hatásairól, mint a hagyományos módszerek. A szerzők kiemelik, hogy a változó éghajlat esetén a klasszikus idősor-elemzések nem feltétlenül tükrözik helyesen az oszcillációk és távkapcsolatok alakulását. A pillanatkép-megközelítés lehetővé teszi, hogy az éghajlati statisztikákat az aktuálisan lehetséges állapotok alapján határozzuk meg, így pontosabb előrejelzések készíthetők.

Herein Mátyás
ELTE, HUN-REN FI

4.4 Légköri oszcillációk

Az Atmospheric Oscillations: Sources of Subseasonal-to-Seasonal Variability and Predictability c. könyv átfogó ismeretet nyújt a különféle, tudományos és társadalmi szempontból jelentős légköri oszcillációkról, a természetes éghajlati változékonyság és az antropogén éghajlatváltozás kontextusában. A könyv külön bevezetőt tartalmaz minden egyes jelenségekhez, áttekintést ad az adott területen elért ismeretekről, eredményekről; részletes elemzéseket közöl a releváns dinamikai folyamatokról, valamint tárgyalja az időjárásra és az éghajlatra gyakorolt hatásukat, illetve ezek következményeit az előrejelzések és projekciók szempontjából.

A könyv fejezeteit egy nemzetközi, légköri és bolygótudományok területén dolgozó szakértői csoport írta. Minden fejezet vagy egy adott légköri oszcillációra összpontosít, vagy több oszcilláció közötti kölcsönhatást vizsgál. A 10. fejezet szerzői: Topál Dániel, Haszpra Tímea és Herein Mátyás (Topál et al. 2025).

Herein Mátyás
ELTE, HUN-REN FI

4.5 Kötött keringésű exobolygók légkörzésének kísérleti modellezése

A mérsékelt égövi légkörzés modellezéséhez széles körben használt laboratóriumi kísérleti elrendezés, a differenciálisan fűtött és forgatott „rotating annulus” a hőmérsékleti peremfeltételek geometriájának módosításával alkalmassá tehető kötött keringésű exobolygólégkörök áramlási rendszerének modellezésére is. Ennek – legelső – kísérleti megvalósítása az ELTE Kármán Laboratóriumában végrehajtott kísérletsorozat (Vass et al. 2024). Az ismert kisebb méretű, s ezért valószínűleg szilárd felszínnel rendelkező exobolygók jellemzően nagyon közel keringenek központi csillagukhoz – éppen ezzel könnyítve meg felfedezésüket a Földről, illetve űreszközökről. Így keringésük mindenképpen kötött kell, hogy legyen, vagyis az ilyen exobolygókon a központi csillaguk körüli keringés („év”) és a tengely körüli fordulat („nap”) időtartama megegyezik. A hozzánk legközelebbi, ráadásul mérete alapján Föld-szerűnek tűnő exobolygó, a Proxima Centauri B esetében ez a periódusidő kb. 11,2 földi nap: elég rövid ahhoz, hogy a tengely körüli forgás miatt fellépő Coriolis-erő jelentős hatást gyakoroljon a bolygó légkörének áramlási rendszereire. A kötött keringés miatt a központi csillag mindig a bolygó ugyanazon oldalát világítja meg, vagyis az égitestnek létezik egy permanens nappali és éjszakai oldala. Az áramlási rendszer tehát egy olyan

forgatott, a ‘rotating annulus” konfigurációhoz hasonló elrendezésben modellezhető, amelynek oldalsó, a légkör modelljéül szolgáló vízréteggel együtt forgó külső pereme peremén írunk elő azimutális irányban egy dipól-szerű hőfluxus-peremfeltételt. A kutatás során felderítettük, hogy az éjszakai és nappali oldal közötti hőmérsékletkülönbség függvényében a bolygó forgási szögsebességét megfelelően tekintetbe véve is kétféle áramlási állapot figyelhető meg: egy "gyorsan forgó" és egy "lassan forgó" légköri állapot. Jelenleg zajló további kutatások tárgyát képezi, hogy mi határozza meg, hogy a rendszer melyik dinamikailag stabil állapotba kerül. A kísérlet tanulságai a szuperrotáló (azaz a felszínnél gyorsabban körbeforduló) bolygólégkörök dinamikájának jobb megértéséhez (ilyen például Naprendszerünkben a Vénusz légkörzése) is hozzásegíthet.

Vincze Miklós
ELTE, HUN-REN FI

5 Geomágnesesség és aeronómia

5.1 Ionoszférikus abszorpció meghatározása

2023-ban egy új módszer került publikálásra (Buzás et al. 2023), melynek segítségével az ionoszonda mérések során rögzített amplitúdó (jelerősség) értékekből meg lehet határozni az ionoszférikus abszorpció (elnyelődés) léptékét. Az eredmények alapján a módszer használata során nagyon ügyelni kell arra, hogy a vizsgált fler esemény geomágneses szempontból nyugodt időszakban következett-e be. Összetett események során, amikor a napkitörés és geomágneses vihar hatásai együttesen érvényesülnek, nagyon óvatosnak kell lenni a különböző ionoszonda adatokból származtatott paraméterek alkalmazása során. Következő lépésként a módszerrel származtatott értékeket összevetettük az ionoszférikus abszorpció kimutatására leginkább elfogadott globális modellel (NOAA D-RAP modell). A legfontosabb konklúzió, hogy a mért értékek majdnem minden esetben meghaladják a modellezettet, napkitörések alkalmával akár többszörösen is, azaz a modell alulbecsüli a Nap röntgensugárzása által okozott abszorpciót (Barta et al. 2024).

Barta Veronika, Buzás Attila, Bozóki Tamás, Süle Dávid Péter
HUN-REN Földfizikai és Űrtudományi Kutatóintézet
Ionoszféra Kutatócsoport

5.2 Geomágneses viharok vizsgálata ionoszonda adatok feldolgozásával

Soproni és San Vito-i ionoszonda adatok feldolgozásával és elemzésével járultunk hozzá két geomágneses vihar ionoszférára gyakorolt hatásának vizsgálatához az európai régióban, melyek 2023 márciusában és áprilisában következtek be (Mosna et al. 2024). A vizsgálatok során az F1 és F2 rétegben bekövetkező dinamikus változásokra koncentráltunk, több esetben az F1 réteg kritikus frekvenciája meghaladta az F2 rétegét mindkét vihar során. A főfázisok során az F1 réteg elektronsűrűség csökkenését tapasztaltuk, amely a plazma felfelé történő áramlására utal. Ezen kívül mindkét vihar során „szórt ferde” (spread, oblique) jeleket figyeltünk meg az F2 rétegben, melyek egybe estek azokkal az időszakokkal, amikor az optikai kamerák sarki fényt észleltek az adott szélességen, azaz ezek a sarki fény oválisának a megjelenései az ionogramokon.

Barta Veronika, Berényi Kitti Alexandra
HUN-REN Földfizikai és Űrtudományi Kutatóintézet
Ionoszféra Kutatócsoport

5.3 Ionoszonda mérések összehasonlítása különböző geomágneses vihartípusok idején

Egy következő tanulmányunkban vizsgáltuk három különböző típusú ionoszonda műszer adatait két típusú geomágneses (koronaanyag-kidobódás vagy korotáló interakciós régió okozta) vihar esemény alatt (Berényi et al. 2024). Egyik célkitűzésünk az volt, hogy meghatározzuk van-e bármilyen különbség a műszer típusok adatai között. Valamint meg kívántuk határozni, hogy a két típusú geomágneses vihar során milyen ionoszférikus zavarok figyelhetők meg az ionoszonda adatsorokban, esetleg van-e különbség vagy hasonlóság a vihartípusok között. Nem találtunk szignifikáns különbséget a különböző műszerek adatsorai között. A koronaanyag-kidobódáshoz kötődő esemény esetében szélességfüggő elenktronsűrűség-változást figyeltünk meg a vihar főfázisában, amikor a rétegmagasság is meglehetősen növekedett volt a nyugodt napi értékekhez viszonyítva, amit a másik vihartípushoz kapcsolódó eseménynél pedig egyáltalán nem tapasztaltunk.

Berényi Kitti Alexandra, Barta Veronika
HUN-REN Földfizikai és Űrtudományi Kutatóintézet
Ionoszféra Kutatócsoport

5.4 Meteorok észlelése és a plazmanyomok vizsgálata Digiszonda mérésekkel

A kutatócsoport a Digiszonda egy nem konvencionális felhasználását is tanulmányozta az évek során (Szárnya et al. 2024). A légkörbe belépő és ott elégő meteorok egy ionizált nyomot hagynak hátra, ami megfelelő geometriai paraméterek mellett a Digiszonda számára is észlelhető (> 80 km magasság, $\sim 40^{o}$ vagy nagyobb magasság szög). A Digiszonda "újszerű" funkciói (visszaverődés irányának meghatározása és plazmamozgás mérés) is tesztelésre kerültek - az iránymeghatározás 90%-ban megbízható, valamint a meteorok mozgó plazmanyoma alkalmanként jelentkezik a mozgásméréseken. A meteorok észlelését két tényező nehezíti - a műszer saját zajszűrése, ami kiszűrheti a plazmanyomok halvány jeleit, és ugyanezen tényező miatt, ha jelen vannak erős, markáns visszaverődések a meteorok elégésének magasságában (szporadikus E réteg). Az adatok elemzése azt mutatja, hogy a meteorok által okozott ionizáció korrelál a meteor sebességével és anti-korrelál a meteorok fényességével.

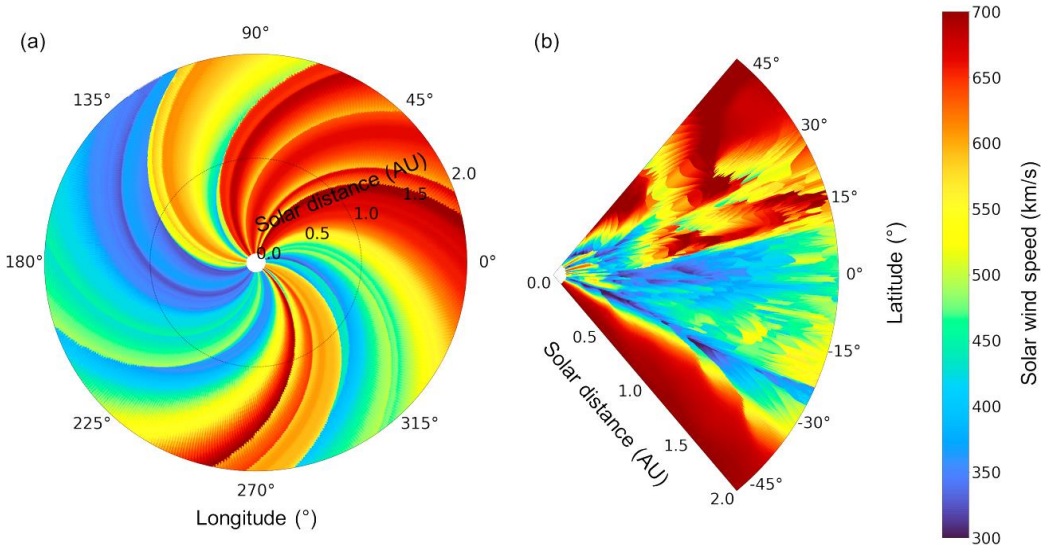
Szárnya Csilla, Barta Veronika
HUN-REN Földfizikai és Úrtudományi Kutatóintézet
Ionoszféra Kutatócsoport

5.5 Az űridőjárás hatása az üstökös körüli ionokra

A Rosetta űrszonda mérései alapján vizsgáltuk a közepes energiájú ionok tulajdonságait a 67P/Churyumov-Gerasimenko üstökös magnetoszférájában, az üstökös körüli dinamikus napszélnyomás függvényében (Timár et al. 2024a). A közepes energiájú ionok periodikusan, a Rosetta által mért ionspektrumban voltak megfigyelhetők, 50 eV és 1000 eV közötti energiákon. Erős összefüggést találtunk a napszélnyomás mértéke és ezen ionok mennyisége között. Bár az ionok energiája is változik a napszélnyomás ingadozása miatt, azt is kimutattuk, hogy az ionenergiát más tényezők is befolyásolják, például az üstökös anyagkibocsátási rátája és az üstökösmagtól való távolság. Az észlelt erős összefüggéseket azzal magyaráztuk, hogy ezeknek az ionoknak a forrásfelülete a napszél nyomásának változásaira reagálva mozog ki és be.

Timár Anikó, Németh Zoltán
HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont,
Űrfizikai és Űrtechnikai Osztály

5.6 3D ballisztikus napszél extrapoláció



5. ábra. 3D ballisztikus napszél sebesség extrapoláció az ekliptika síkjában (a) és a 180°-os Carrington hosszúságon (b), 2017 januárjában

Kifejlesztettünk egy módszert, amellyel három-dimenzióban tudjuk extrapolálni a háttér napszelet a belső helioszférában (Timár et al. 2024b). A módszerünk egy sebességkorrekcióval ellátott ballisztikus extrapolációt alkalmaz, amelyhez napkoronamodellek szolgáltatják a bemeneti adatokat. A sebességkorrekció kezeli a napszélben haladó gyors és lassú plazmacsomagok közti kölcsönhatásokat, emellett pedig figyelembe vesszük a napkorona differenciális rotációját is, amellyel pontosabb eredményeket kapunk a merev rotációval végzett számításokhoz képest. A modellünk sokoldalúságának köszönhetően bármilyen bemeneti adatsorral használható, amely megadja a napszél sebességét a Nap teljes forrásfelületén, például a WSA vagy az AWSoM sebességtérképekkel (5. ábra).

Timár Anikó, Opitz Andrea, Németh Zoltán,
Bebesi Zsófia, Biró Nikolett, Facskó Gábor,
Kobán Gergely, Madár Ákos
HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont,
Űrfizikai és Űrtechnikai Osztály

5.7 Napszélben észlelt lökéshullámfrontok geometriai tanulmányozása

Két bolygóközi lökéshullámot tanulmányoztunk STEREO-A, B, ACE, Wind és Cluster mérésekkel (Lkhagvadorj et al. 2024, Lkhagvadorj 2023). A vizsgálat célja a lökéshullámok időbeli fejlődésének kimutatása volt. 40 millió km-es térbeli skálán nem sikerült jelentős változást kimutatni. A 2007. május 7-ei esemény egy fast-forward (FF) lökéshullám. Síknak tűnik és hajlik a Nap-Föld egyenes felé, hasonlóan a Parker-spirálhoz. Ez alapján a front vélhetően egy együttforgó kölcsönható nyaláb (co-rotating stream interactions, CIRs) régióban keletkezett. A CIR egy kisebb geomágneses vihart is kiváltott a Földön. A 2007. április 23-ai esemény torzult és a Parker spirálhoz képest jobban hajlik a Nap-Föld egyenesre. Ez is kiváltott egy kisebb G1 geomágneses vihart a Földön. Ennek a sokknak az eredete is egy CIR-hez köthető. Korábban nem végzett senki ilyen többszondás bolygóközi lökéshullám észlelést, ami alapján a bolygóközi lökéshullám 3D-s alakja meghatározható lett volna.

Hasonló vizsgálatokat szeretnénk végezni a Parker Solar Probe, a Solar Orbiter és a BepiColombo műszerei segítségével.

Munkhjargal Lkhagvadorj, Facskó Gábor,
Opitz Andrea, Kovács Péter
HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont,
Űrfizikai és Űrtechnikai Osztály

5.8 Űridőjárás előrejelzés

Szakmai tapasztalataink és ismereteink alapján összefoglaltuk egy magyar űridőjárás előrejelző központ létesítésének feltételeit, amely a polgári védelem és a Magyar Honvédség számára nélkülözhetetlen információkkal szolgálhatna (Facskó et al. 2024).

Facskó Gábor, Kobán Gergely, Biró Nikolett
HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont,
Űrfizikai és Űrtechnikai Osztály

5.9 Elektromos áramok tanulmányozása földi magnetoszférában

A négy-négy műholdból álló Cluster és az MMS misszió mágneses és plazma regisztrátumai segítségével vizsgáltuk a gyűrűáram, és a Chapman-Ferraro áramok előfordulásait és áramsűrűségeit a magnetoszférában (Tomasik 2024). Az áramok automatikus felismeréséhez a curlométer módszeren alapuló eljárást fejlesztettünk. A Cluster misszió 2002-es pályája mentén az eljárás segítségével 129 gyűrűáram áthaladást azonosítottunk, illetve határoztuk meg az ezekhez tartozó áramsűrűségeket. Elvégeztük a meghatározott áramsűrűségek validálását a plazma adatok, illetve a felszíni mágneses mérésekből számított Dst indexek felhasználásával. Az áramok meghatározásának pontosságát a műhold kvartettek konstellációja jelentősen befolyásolja, ennek kiküszöbölésére több, saját fejlesztésű módszerrel kísérleteztünk. Csoportunk témavezetésével egy MSc szakdolgozat született a témából, amelyet 2024-ben Agocs díjjal tüntettek ki.

Tomasik Máté, Kovács Péter, Tátrallyay Mariella
HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont,
Űrfizikai és Űrtechnikai Osztály

5.10 Mágneses Nulltér Laboratórium

2023. szeptember 15-én hivatalosan is átadták a Wigner Fizikai Kutatóközpont és a soproni Földfizikai és Földtudományi Kutatóintézet együttműködésben, GINOP pályázati támogatással létesült Mágneses Nulltér Laboratóriumot, a fertőbozi Széchenyi István Geofizikai Obszervatóriumban. A laboratóriumban megindultak a kalibrálási, és műszertelepítési munkálatok, valamint folyamatosan térképezzük a zajforrásokat és megkíséreljük ezek kiszűrését. Cél a zéró mágneses térhez legközelebbi és leghomogénebb mágneses körülmények megteremtése. A laboratórium hamarosan a mágneses műszerek fejlesztésének, anyagtudományi kísérletek elvégzésének, valamint élettani vizsgálatok kivitelezésének egyedülálló infrastruktúrájává válhat.

Bebesi Zsófia[1], Biró Nikolett[1], Erdős Géza[1],
Kovács Péter[1], Lemperger István[2], Németh Zoltán[1]
[1]HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont,
Űrfizikai és Űrtechnikai Osztály,
[2]HUN-REN Földfizikai és Űrtudományi Kutatóintézet

Hivatkozások

Barta V, Bozóki T, Süle DP, Kouba D, Mielich J, Raita T, Buzás A (2024): Ionospheric Absorption Variation Based on Ionosonde and Riometer Data and the NOAA D-RAP Model over Europe During Intense Solar Flares in September 2017. Remote Sensing, 16(21), 3975. doi: 10.3390/rs16213975.

Békési E, van Wees J-D, Porkoláb K, Hencz M, Berkesi M (2025): Modelling the thermal evolution of extensional basins through lithosphere stretching factors: application to the NW part of the Pannonian Basin. Solid Earth, 16, 45–61. doi: 10.5194/se-16-45-2025.

Berényi KA, Perrone L, Sabbagh D, Scotto C, Ippolito A, Kis Á, Barta V (2024): Ionosonde Measurement Comparison during an Interplanetary Coronal Mass Ejection (ICME)- and a Corotating Interaction Region (CIR)-Driven Geomagnetic Storm over Europe. Universe, 10, 344. doi: 10.3390/universe10090344.

Buzás A, Kouba D, Mielich J, Burešová D, Mošna Z, Koucká Knížová P, Barta V (2023): Investigating the effect of large solar flares on the ionosphere based on novel Digisonde data comparing three different methods. Frontiers in Astronomy and Space Sciences, 10, 1201625. doi: 10.3389/fspas.2023.1201625.

Doglioni C, Ismail-Zadeh A, Panza G, Riguzzi F (2011): Lithosphere-asthenosphere viscosity contrast and decoupling. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 189(1-2), 1-8. doi: 10.1016/j.pepi.2011.09.006.

Facskó G, Koban G, Biro N, Lkhagvadorj M (2024): Space Weather Effects on Critical Infrastructure, in "Critical Infrastructure Protection in the Light of the Armed Conflicts - Selected Proceedings of the 4th International Conference on Central European Critical Infrastructure Protection, November 17-18, 2022. Budapest, Hungary", edited by T. Kovács and Z. Nyikes, Advanced Sciences and Technologies for Security Applications. doi: 10.1007/978-3-031-47990-8_5.

Fodor C, Varga P, Sneeuw, N (2024): Impact of tidal friction on the motion of lithospheric plates and earthquake activity. Terra Nova, 36(1), 8-14. doi: 10.1111/ter.12685.

Haszpra L (1999): Measurement of atmospheric carbon dioxide at a low elevation rural site in Central Europe. Időjárás, 103, 93-106.

Haszpra L (2024): Multi-decadal atmospheric carbon dioxide measurements in Hungary, central Europe. Atmos. Meas. Tech., 17, 4629-4647. doi: 10.5194/amt-17-4629-2024.

Haszpra T, Drótos G, Herein M, Topál D (2024): A pillanatkép-megközelítés az éghajlatváltozás vizsgálatának szolgálatában – Légköri távkapcsolatok nyomában sokasági éghajlati szimulációkkal. Légkör, 69(3). doi: 10.56474/legkor.2024.3.1.

Hencz M, Németh K, Spránitz T, Biró T, Karátson D, Berkesi M (2024): Evolution and polycyclic nature of a maar-diatreme volcano as constrained by changing external factors. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 453, 108158. doi: 10.1016/j.jvolgeores.2024.108158.

Jin ZM, Green HW, Zhou Y (1994): Melt topology in partially molten mantle peridotite during ductile deformation. Nature, 372(6502), 164-167. doi: 10.1038/372164a0.

Lkhagvadorj M (2023): Propagation of interplanetary shocks in the heliosphere. MSc thesis in Physics, Eötvös Loránd University, Budapest, Hungary. doi: 10.48550/arXiv.2307.03328.

Lkhagvadorj M, Facsko G, Opitz A, Kovacs P, Sibeck DG (2024): Propagation of Interplanetary Shocks in the Heliosphere. Astrophysical Journal, 980(1), 137. doi: 10.3847/1538-4357/ad9d12.

Mosna Z, Barta V, Berényi KA, Mielich J, Verhulst T, Kouba D et al. (2024): March and April 2023 ionospheric storms in the period of the Solar Cycle 25. Frontiers in Astronomy and Space Sciences, 11, 1462160. doi: 10.3389/fspas.2024.1462160.

Nesi V, Bruno O, Zaccagnino D, Mascia C, Doglioni C (2023): Tidal drag and westward drift of the lithosphere. Geoscience Frontiers, 101623. doi: 10.1016/j.gsf.2023.101623.

Sátori G, Bozóki T, Williams E, Prácser E, Herein M, Albrecht RI, Beltran RP (2024): How do Schumann resonance frequency changes in the vertical electric field component reflect global lightning dynamics at different time scales? Journal of Geophysical Research: Atmospheres, 129, e2024JD041455. doi: 10.1029/2024JD041455.

Szárnya Cs, Mošna Z, Igaz A, Kouba D, Verhulst TG, Koucká Knížová P et al. (2024): Technical possibilities and limitations of the DPS-4D type of digisonde in individual meteor detections. Remote Sensing, 16(14), 2658. doi: 10.3390/rs16142658.

Timar A, Nemeth Z, Burch JL (2024a): The response of the cometary ionosphere to space weather forcing. MNRAS, 532, 2, 1402-1409. doi: 10.1093/mnras/stae1556.

Timar A, Opitz A, Nemeth Z, Bebesi Zs, Biro N, Facskó G, Koban G, Madar A (2024b): 3D pressure-corrected ballistic extrapolation of solar wind speed in the inner heliosphere. JSWSC, 14, 14. doi: 10.1051/swsc/2024010.

Tomasik M (2024): Elektromos áramok változásainak megfigyelése a földi magnetoszférában, műholdas mérések alapján (in Hungarian). Msc. Szakdolgozat, Eötvös Loránd Tudományegyetem.

Topál D, Herein M, Haszpra T (2025): Northern Annular Mode. In B. Guan (Ed.), Atmospheric oscillations (pp. 203–219). Elsevier. doi: 10.1016/C2022-0-01304-0.

Varga P, Fodor C (2021): About the energy and age of the plate tectonics. Terra nova, 33(3), 332-338. doi: 10.1111/ter.12518.

Varga P, Győri E, Fodor C, Timár G (2023): An Attempt to Determine the Magnitudes and Epicenters of Significant Historical Earthquakes in the Pannonian Basin. Seismological Society of America, 94(3), 1715-1728. doi: 10.1785/0220220161.

Vass B, Kadlecsik Á, Vincze M (2024): A Laboratory Model of the Large-Scale Atmospheric Circulation of Tidally Locked Exoplanets. Atmosphere, 15(8), 982. doi: 10.3390/atmos15080982.

Zaccagnino D, Vespe F, Doglioni C (2020): Tidal modulation of plate motions. Earth-Science Reviews, 205, 103179. doi: 10.1016/j.earscirev.2020.103179.

„… a legcsodálatosabb, nem szeizmikus jellegű jelenség mégis a Földnek tengerjárásszerű mozgása.”

(Kövesligethy, 1914)

Benyújtva: 2025.10.11 *Közlésre elfogadva: 2025.12.10*

AZ ÁRAPÁLY JELENSÉGRŐL

*Varga Péter**

About the tidal phenomenon *– This paper aims to provide an overview of knowledge related to tides, including Earth tides, as well as the history of developments in this field of science. The first part of the paper presents the mathematical foundations of tidal potential and its derivatives, followed by the history of tidal research. Since ancient times, humanity has been connected to the phenomenon of sea tides. Although important discoveries were made about the phenomenon in ancient times, and later great scientists such as Galileo, Kepler, and Descartes attempted to develop theoretical foundations to explain it, it was not possible to provide a scientific theory for tides until Newton developed his theory of gravity. Based on this, he developed the theory of static tides. Subsequently, Laplace utilised Euler's work on hydrodynamics to develop the theory of dynamic tides. The need for an understanding of earth tides arose in the second half of the 19th century in connection with the question of the average shear modulus of the Earth. The first steps towards solving this problem are connected with the names of Thomson (Lord Kelvin) and George Darwin. Their work served as the basis for the first instrumental observations of earth tides (the names of Rebeur-Paschwitz, Schweydar, Hecker, Michelson, and Gale should be mentioned first of all) and for further development of the theory of terrestrial tides (Hough, Sludsky, Poincaré). At the beginning of the 20th century, Love and Shida established the parameters necessary for interpreting the measurements. Earth models developed in the first half of the 20th century made it possible to examine the relationship between Love-Shida numbers and the structure of the Earth (Takeuchi, Molodensky, Alterman, Jarosh, Pekeris) and to develop a theory related to the resonance of the liquid Earth's core (Jeffreys-Vicente, Molodensky-Kramer). The paper also covers load calculations relating to the Earth's surface and interior, as well as studies of tidal friction, which is an important phenomenon in the history of the Earth and is linked to the tidal phenomenon*

Keywords: tides, tidal potential, zonal, tesseral, and sectoral waves, tidal friction, statical and dynamic tides, sea tides, atmospheric tides, gravimeters, tiltmeters, strainmeters, Earth Tides Commission, Permanent Commission for Earth Tides, International Centre for Earth Tides, Earth models, Love-Shida numbers, amplitude ratio, phase differences, liquid core resonance, load Love-Shida numbers

Jelen dolgozat célja, hogy együtt tárgyalja az árapállyal, és ezen belül a földárapállyal kapcsolatos ismereteket, valamint a tudományterület fejlődésének történetét. A dolgozat első része bemutatja az árapály potenciál és annak deriváltjainak matematikai alapjait, majd ezt követően az árapálykutatás történetét. Bár már az Ókorban is fontos felismerések születtek a jelenséggel kapcsolatban és a későbbiekben olyan nagy tudósok próbáltak elméleti alapokat alkotni magyarázatára, mint Galilei, Kepler és Descartes. Addig nem volt lehetőség az árapály tudományos magyarázatára míg Newton nem alkotta meg a gravitációval kapcsolatos tanítását. Erre támaszkodva ő alkotta meg a statikus árapály elméletét. Ezt követően Euler hidrodinamikai munkásságának felhasználásával Laplace készítette el a dinamikus árapály elméletet. A földárapályra vonatkozó igény a Föld átlagos nyírási modulusának kérdésével kapcsolatban jelentkezett a 19. század második felében. A kérdés megoldására vonatkozó első lépések Thomson (Lord Kelvin) és George Darwin nevéhez fűződnek. Az ő munkájukra épültek az első műszeres földárapály megfigyelések (Rebeur-Paschwitz, Schweydar, Hecker, Michelson, Gale nevei említendőek elsősorban) és fejlődött tovább a földárapály elmélet (Hough, Sludsky, Poincaré). Love és Shida a mérések értelmezéséhez szükséges paramétereket alkották meg a 20. század elején. A 20. század első felében megszületett földmodellek tették lehetővé a Love-Shida számok értékeinek és a földszerkezet közötti kapcsolatok vizsgálatát (Takeuchi, Molodensky, Alterman, Jarosh, Pekeris) és a cseppfolyós föld mag rezonanciájával kapcsolatos elmélet kidolgozását

**HUN-REN FI Kövesligethy Radó Szeizmológiai Obszervatórium*
E-mail: varga.peter@epss.hun-ren.hu

(Jeffreys-Vicente, Molodensky-Kramer).A dolgozat tárgyát képezik továbbá a Föld felszínére és belsejére vonatkozó terhelési számítások és a Föld történetében fontos és az árapály jelenséghez kötődő árapálysúrlódás vizsgálatok.

Kulcsszavak: árapály, árapály potenciál, zonális, tesszerális és szektoriális hullámok, árapálysúrlódás, statikus és dinamikus árapály, tengeri árapály, légköri árapály, graviméterek, dőlésmérők, strainméterek, Földárapály Bizottság, Permanent Commission for Earth Tides, International Centre for Earth Tides, földmodellek, Love-Shida számok, amplitúdó hányados, fázis különbségek, cseppfolyós mag rezonanciája, terhelési Love-Shida számok

Tartalom

1 Bevezetés **24**
2 Az árapály fogalma és potenciálja, Laplace képlete **25**
3 Az árapály kutatás története **29**
3.1 Az Ókortól Newtonig 29
3.2 Newton és Laplace 32
3.3 Az árapályhullámok vizsgálata 1868-tól napjainkig 34
3.4 A földárapálykutatás szerepe a geofizika létrejöttében és fejlődésében 1880 és 1920 között 37
3.5 A földárapály kutatás a huszadik század eleje és a Nemzetközi Geofizikai Év (1957-1958) közötti időszakban 42
3.6 Az 1957-1958 évi Nemzetközi Geofizikai Év utáni időszak 47
4 Földárapály **58**
4.1 A Love-Shida számok 58
4.2 A Love-Shida számok meghatározása szférikusan szimmetrikus Föld rugalmas deformációinak számítása alapján 64
4.3 A cseppfolyós mag nutációja és rezonanciája 67
4.4 Terhelési és potenciál mentes Love-Shida számok 70
4.5 Terhelési és potenciálmentes Love-Shida paraméterek felhasználása geodinamikai kérdések vizsgálatára 71
5 Árapálysúrlódás tengely körüli forgás esetén és librációs súrlódás **77**
5.1 Árapálysúrlódás 78
5.2 A Föld-Hold rendszer fejlődése az árapálysúrlódás következtében 82
5.3 Árapályhatás a Naprendszerben 86
Hivatkozások **86**

1 Bevezetés

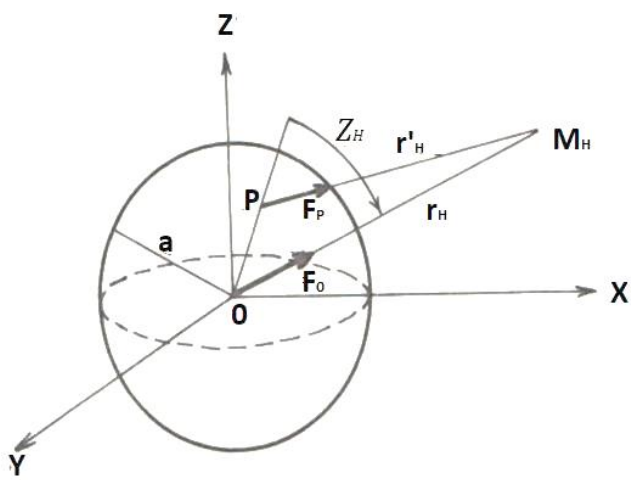
Az angol „tide” és a német „gezeiten” szavak jelentése árapály és mindkettő az „idő” szóval mutat rokonságot. A német nyelvben a szó a XI. században jelenik meg (Grimm J és Grimm W 1838-1961) (1854). Az angol „tide” eredete a német megfelelőjével együtt a „tid” ó-német szóból ered, ami az „a-dili” szanszkrit szóval, jelentése „végtelen”, hozható kapcsolatba (Encyclopedia Britannica 1911). Ezekkel a szavakkal mutat rokonságot a svéd „tidvattnet” és a norvég „tidevannet” is. Érdekes az orosz прилив (priliv) értelmezése: hozzátölteni (прилить- prility). Az orosszal rokon a cseh příliv, a szlovák príliv, a lengyel pływ, a bulgár прилива, a szerb плима, a horvát plima. A francia „marée”,

a spanyol" marea", a portugál „maré", a román „maree" szavak a latin „mare" -n keresztül a tengerre utalnak.

A magyar nyelvben használatos dagály szó 1784-ben szerepel Baróti Szabó Dávid Kassán kiadott „Kisded szó-tárában" :"Dagály: harag, gyomoroskodás, fel-fortyanás. Dagályosság. Víznek dagállya, dagadása". A magyar nyelv történeti-etimológiai szótára (Akadémiai Kiadó 1967) szerint a dagály jelentése (többek között): „A tengervíz emelkedése". A dagály származékszó, az önállóan nem élő finn-ugor „dag" alapszóból „ály" névszóképzővel jött létre, vagy a „dagályos" melléknévből elvonással. Az apály szó a szintén finn-ugor „ap" alapszóból ered. Első említése Heltai Gáspár „Krónika a magyarok viselt dolgairól" címéből ismert 1575-ből. Maga a két ellentétes értelmű „dagály" és „apály" szavakat összefogó „árapály" szó viszonylag nem régi és jelentése a Magyar Értelmező Kéziszótár szerint (Akadémiai Kiadó 1992): „A tengernek a Hold és a Nap tömegvonzása szerint váltakozó áradása és apadása". Külföldi lexikonokban és értelmező szótárakban hasonló meghatározásokkal találkozhatunk esetleg azzal a kiegészítéssel, hogy az 1árapályhatás érinti a légkört (légkör árapálya) és a szilárd Földet is (földárapály). Ez az értelmezés nem helyes, az árapály fogalma az elmondottaknál sokkal általánosabb.

2 Az árapály fogalma és potenciálja, Laplace képlete

Az árapály hatás a Föld esetében hat a tengerekre és óceánokra (óceáni árapály), a szilárd Földre (földárapály) és a légkörre (a légkör árapálya). Természetesen a Holdnak, a bolygóknak és azok holdjainak is van árapálya. Továbbá a csillagok, csillagrendszerek tagjai egymással nem csak gravitációs kölcsönhatásban vannak, hanem köztük is fellép az árapály jelensége, mely fontos szerepet játszott, játszik és fog játszani történetükben. Tehát a természet egy nagyon elterjedt jelenségével van dolgunk. Általános meghatározásra törekedve azt mondhatjuk, hogy az árapályhatás minden inhomogén gravitációs térben lévő, pontszerűnek nem tekinthető test esetében jelen van. Az árapály erő különbség: a test egy adott pontjára és annak tömegközéppontjára ható gravitációs erő különbsége. Tehát az árapály a gravitációs kölcsönhatás egyik esete, mely minden esetben zérus a hatásnak kitett test tömegközéppontjában.



1. ábra.

Fentiek alapján a hatásnak kitett tömeg középpontjában (O) és egy tetszőleges pontjában (P) (1. ábra)

$$F_0 = \frac{G \cdot M_H}{r_H^2} \quad és \quad F_P = \frac{G \cdot M_H}{r'^2_H}$$

ahol r_H a ható és a hatásnak kitett testek középpontjainak távolsága, r'_H a hatásnak kitett test egy tetszőleges P pontjának távolsága a ható tömeg középpontjától, M_H a ható test tömege és G gravitációs állandó.
Ha a fenti egyenletek alapján bevezetjük az árapály potenciált $U = U_P - U_0$, akkor:

$$F_P = grad\ U_P \ \ és \ \ F_0 = grad\ U_P$$

A potenciál függvények a következő formába írhatók (lásd az 1. ábrát, ahol a keltő tömeg a Hold és a hatásnak kitett pedig a Föld):

$$U_0 = \frac{G \cdot M_H \cdot a}{r_H} \cdot cos\, z_H + const$$

$$U_P = \frac{G \cdot M_H}{r'_H} = \frac{G \cdot M_H}{\sqrt{r_H^2 + a^2 - 2 \cdot r_H \cdot a \cdot cos\, z_H}}$$

ahol a a hatásnak kitett test, esetünkben a Föld sugara. Így az árapálykeltő erő potenciáljára adódik:

$$U = U_P - U_0 =$$

$$\frac{G \cdot M_H}{\sqrt{r_H^2 + a^2 - 2 \cdot r_H \cdot a \cdot cos\, z_H}} - \frac{G \cdot M_H \cdot a}{r_H} \cdot cos\, z_H + const$$

A Föld középpontjában: $U_P = U_0$ és ezért a fenti egyenletben szereplő állandó értéke:

$$const = \frac{G \cdot M_H}{r_H}$$

Így adódik az utolsó két egyenlet alapján:

$$U = \frac{G \cdot M_H}{\sqrt{r_H^2 + a^2 - 2 \cdot r_H \cdot a \cdot cos\, z_H}} - \frac{G \cdot M_H \cdot a}{r_H} \cdot cos z_H - \frac{G \cdot M_H}{r_H} \qquad (1)$$

Mivel

$$\frac{1}{\sqrt{r^2+a^2-2\cdot r\cdot a\cdot cos\, z}} = \frac{1}{r}\left[1 - \left(\frac{2\cdot a}{r}\cdot cos\, z - \frac{a^2}{r^2}\right)\right]^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{r}\left[1 + \frac{a}{r}\cdot cos\, z + \frac{a^2(3\cdot cos^2-1)}{2\cdot r^2} + \frac{a^3(5\cdot cos^3-1)}{2\cdot r^3} + \cdots\right]$$

Alkalmazzuk ezt a kifejezést az árapály potenciálra (U) (1) képletére:

$$U = G \cdot \frac{M \cdot a^2}{r^3}\left[\frac{1}{2}\cdot(3\cdot cos^2 z - 1) + \frac{1}{2}\frac{a}{r}(5\cdot cos^3 z - 3\cdot cos\, z) + \cdots\right] \qquad (2)$$

A szögletes zárójelben Legendre polinomok szerepelnek és ezért:

$$U = \sum_{n=2}^{\infty} U_n = G \cdot \frac{M \cdot a^2}{r^3}\left[P_2(z) + \frac{a}{r}P_3(z) + \cdots\right] = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{G \cdot M \cdot a^n}{r^{n+1}} P_n(z) \qquad (3)$$

Itt $P_2(z) = \frac{1}{2}(3\cdot\cos^2 z - 1) = \frac{1}{4}(3\cdot\cos 2z + 1)$
és $P_3(z) = \frac{1}{2}(5\cdot\cos^3 z - 3\cdot\cos z) = \frac{1}{8}(5\cdot\cos 3\,z + 3\cdot\cos z)$.

Fenti kifejezésben Doodson (1921) egy állandót, az ún. Doodson-féle árapály konstanst ($C = (3/4)G(Ma^2/r^3)$) alkalmazott azzal a céllal, hogy a kifejezés számításában pontosabban mérhető mennyiségek kerüljenek, és hogy az egyenletek felírása egyszerűbbé váljon. A Doodson állandó a Hold esetében:

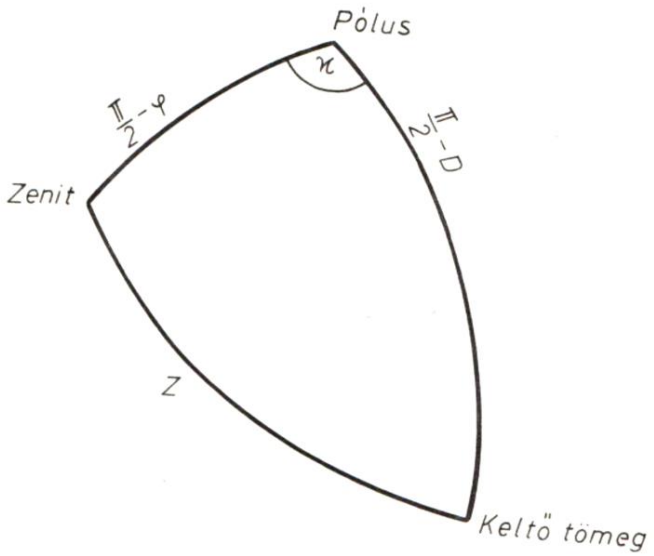
$$C_{Hold} = \frac{3}{4}\cdot G \cdot \frac{M_{Hold}\cdot a^2}{r_{Hold}^{*3}} = \frac{3}{4}\cdot G \cdot M_{Föld} \cdot \frac{M_{Hold}}{M_{Föld}} \cdot \frac{a^2}{r_{Hold}^{*3}} = \frac{3}{4}\cdot g \cdot \frac{M_{Hold}}{M_{Föld}} \cdot \frac{a^2}{r_{Hold}^{*3}}$$

A Nap esetében pedig:

$$C_{Nap} = \frac{3}{4} \cdot G \cdot \frac{M_{Nap} \cdot a^2}{r_{Nap}^{*3}} = C_{Hold} \cdot \frac{r_{Hold}^{*3}}{M_{Hold} \cdot r_{Nap}^{*3}} \left[\frac{4\pi^2 \cdot r_{Nap}^{*3}}{t \cdot G} - M_{Föld} \left(1 + \frac{M_{Hold}}{M_{Föld}} \right) \right]$$

ahol $t = 365.25$ nap, g a gravitációs gyorsulás a Föld felszínén és r^* az árapálykeltő tömeg pályájának fél nagytengelye. Fentiekből kapjuk:

$$U = \sum_{n=2}^{\infty} U_n = \frac{4}{3} \cdot C \sum_{n=2}^{\infty} P_n(z) \cdot \left(\frac{r^*}{r} \right)^{n+1} \cdot \left(\frac{a}{r^*} \right)^{n-2} \tag{4}$$



2. ábra.

Az itt szereplő $\frac{a}{r^*}$ a Hold vagy a Nap átlagos parallaxis szögének szinuszával egyenlő, ami a Hold esetében 0.0166. Ez az érték a Nap esetében csak 0.00004. Mivel $(0.0166)^2 = 2.75 \cdot 10^{-4}$, megállapítható, hogy az árapály potenciál leírásában a sor első tagjának $(n = 2)$ van döntő szerepe. A második tag $(n = 3)$ az elsőnek csak mintegy 1.5%-a. A harmadik $(n = 4)$ tagot általában figyelmen kívül hagyhatjuk, ennek alapján:

$$U = U_2 + U_3 = \frac{1}{3} \cdot C \cdot (3 \cdot cos\, 2z + 1) \cdot \left(\frac{r^*}{r} \right)^3 + \frac{1}{6} \cdot C \cdot (5 \cdot cos\, 3z + 3\, cos\, z) \cdot \left(\frac{r^*}{r} \right)^4 \cdot \left(\frac{a}{r^*} \right) \tag{5}$$

Ezt a kifejezést úgy kell átalakítani, hogy a ható tömeg lokális z koordináta helyett más egységek kerüljenek felhasználásra. A 2. ábrán bemutatott gömbi háromszög esetében χ az óraszög, φ a földrajzi szélesség és D a deklináció. A gömbi trigonometria koszinusz tétele

$$cos\, z = sin\varphi \cdot sin D + cos\, \varphi \cdot cos D \cdot cos\chi \tag{6}$$

Az árapály potenciál U_2 és U_3 tagjába írva adja Laplace egyenletét (Melchior 1983):

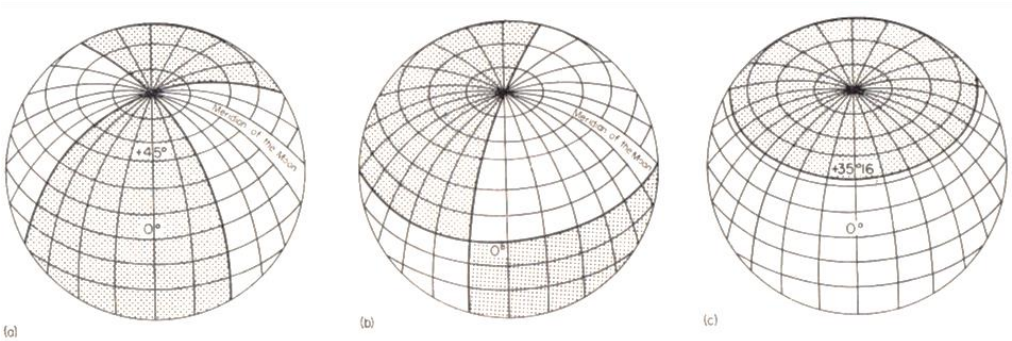
$$U_2 = C \cdot \left(\frac{r^*}{r} \right)^3 \cdot \left[\frac{1}{3} (1 - 3 \cdot sin^2 \varphi)(1 - 3 sin^2 D) + sin 2\varphi sin 2D cos\chi + cos^2 \varphi cos^2 D cos 2\chi \right] \tag{7}$$

$$U_3 = C \cdot \left(\frac{r^*}{r}\right)^4 \cdot \left(\frac{a}{r^*}\right) \cdot \left[\begin{array}{c} \frac{1}{3} sin\varphi(3 - 5sin^2\varphi) \cdot sinD \cdot (3 - 5 \cdot sin^2 D) + \\ \frac{1}{2} \cdot cos\varphi \cdot (1 - 5 \cdot sin^2\varphi) \cdot cosD \cdot (1 - 5 \cdot sin^2 D) \cdot cos\chi + \\ 5 \cdot sin\varphi \cdot cos^2\varphi \cdot sinD \cdot cos^2 D \cdot cos2\chi + \\ \frac{5}{6} cos^3\varphi \cdot cos^3 D \cdot cos3\chi \end{array}\right] \quad (8)$$

Mindkét utóbbi egyenletben a szögletes zárójelen belül az első tag a földrajzi helyzeten kívül csak az időben lassan változó deklináció (D) függvénye. Ezeket a tagok (hullámok) a hosszúperiódusú hullámok. Csomópontjaik csak a szélesség mentén vannak, ezért ezek zonális függvények (3. ábra). Mindkét egyenlet második tagja $\cos\chi$ függvénye. Ezért a keltő égitest délkörétől $\pm 90°$-ra csomópontot adnak meg. A pólusokon kívül más szélességeken is 0 lehet értékük. Az ilyen hullámok periódusuk alapján közel egésznaposak, elrendezésük szerint tesszerálisak.

A harmadik tagok által leírt összetevők a meridiánok mentén a keltő égitesttől $\pm 45°$ és $\pm 135°$-ra bírnak csomóponttal. U_2 esetében elrendezésük szektoriális, U_3 esetében tesszerális. Periódusuk közel félnapos. U_3 még egy negyedik tagot is tartalmaz az egyharmadnapi hullámokat, melyek csomópontjai $\pm 30°$, $\pm 90°$, $\pm 150°$-ra helyezkednek el a Hold (vagy a Nap) meridiánjától. Elrendezésük szektoriális. Az árapályhullámok három csoportjának frekvencia és periódus tartományai:

- hosszúperiódusú (zonális) hullámok ≤2.1097°/óra ≥7.11002 nap
- egésznapos (tesszerális) hullámok 12.2922°/óra – 16.7848°/óra és 1.22019 nap – 0.89367 nap
- félnapos (szektoriális) hullámok 26.9289°/óra – 30.9377°/óra és 0.55702 nap – 0.48485 nap
- egyharmadnapos (szektoriális) hullámok 41.628°/óra – 45.000°/óra és 0.36033 nap – 0.33333 nap.



3. ábra. A három árapályhullám típus geometriája (a- szektoriális, b- tesszerális, c- zonális)(Melchior 1983)

Az (5) egyenletből az árapálykeltő erő vertikális és horizontális meghatározható:

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{4}{3} \sum_{n=2}^{\infty} C_n \cdot P_n(z) \cdot \left(\frac{r^*}{r}\right)^{n+1} \cdot \left(\frac{a}{r^*}\right)^{n-2} \quad (9)$$

ahol $C_n = \frac{n \cdot C}{a}$ és

$$-\frac{\partial U}{a \partial z} = \frac{4}{3} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{C_n}{n} \cdot \frac{\partial P_n(z)}{\partial z} \cdot \left(\frac{r^*}{r}\right)^{n+1} \cdot \left(\frac{a}{r^*}\right)^{n-2} \quad (10)$$

Mivel a sorfejtés $n = 2$ és $n = 3$ tagjai elég pontosan leírják az árapályhatást megelégedhetünk ezzel a két taggal:

$$-\frac{\partial U}{\partial r} \cong -\left(\frac{\partial U_2}{\partial r} + \frac{\partial U_3}{\partial r}\right)$$
$$= \left[C_2 \cdot \left(\frac{r^*}{r}\right)^3\right] \cdot cos(2z+1) + \left[\frac{1}{6} \cdot C_3 \cdot \left(\frac{r^*}{r}\right)^4 \cdot \left(\frac{a}{r^*}\right)\right] \cdot (5\,cos\,3z + 3\,cos\,z) - \frac{\partial U}{a\partial z}$$
$$= -\left(\frac{\partial U_2}{a\partial z} + \frac{\partial U_3}{a\partial z}\right) = \left[2 \cdot C_2 \cdot \left(\frac{r^*}{r}\right)^3\right] \cdot sin\,2z + \left[\frac{1}{2} \cdot C_3 \cdot \left(\frac{r^*}{r}\right)^4 \cdot \left(\frac{a}{r^*}\right)\right] \cdot (5\,cos\,3z + 3\,cos\,z) \quad (11)$$

Ismét alkalmazva $\cos z = \sin\varphi \cdot \sin D + \cos\varphi \cdot \cos D \cdot \cos\chi$ kifejezést megszabadulhatunk a lokális koordinátáktól. Az iménti egyenletekben a szögletes zárójelek közötti tagok, valamint azok szélességtől (φ) függő szorzóik (az úgynevezett „geodéziai szorzók") segítségével adódnak az árapályhullámok amplitúdói. A D-t és χ-ttartalmazó szorzók segítségével nyílik lehetőség az egyes hullámok fázisainak meghatározására. A gyakorlatban a $\partial U/a\partial z$ összetevő helyett a szélesség (φ) és a hosszúság (λ) szerinti komponenseket használják és így a vertikális, az észak-déli és a kelet-nyugati összetevők:

$$\Delta g = -\frac{dU_n}{dr}; \quad x = -\frac{dU_n}{ad\varphi}; \quad y = -\frac{dU_n}{acos\varphi d\lambda} \qquad n = 2{,}3 \qquad (12)$$

Az differenciálások végrehajtását követően a „geodéziai szorzók" számértékei az 1. táblázatban adhatók meg:

1. táblázat. A "geodéziai szorzók" számértékei

Hullámok periódus szerint		$\Delta g_{\text{microgal}}$[1]	x_{mseca}[2]	y_{mseca}[2]
$n = 2$	hosszú	$41.245(1 - 3sin^2\varphi)$	$13.048sin^2\varphi$	0
	egésznapos	$82.490\sin 2\varphi$	$17.397cos2\varphi$	$17.397sin\varphi$
	félnapos	$82.490\cos^2\varphi$	$17.397sin2\varphi$	$17.397\cos\varphi$
$n = 3$	hosszú	$138.339sin\varphi(3 - 5sin^2\varphi)$	$29.176cos\varphi(5sin^2\varphi - 1)$	0
	egésznapos	$89.851cos\varphi(1 - 5sin^2\varphi)$	$6.317sin\varphi(15cos^2\varphi - 4)$	$6.317(1\text{-}5\sin^2\varphi)$
	félnapos	$321.473\ sin\varphi cos^2\varphi$	$22.599cos\varphi(2 - 3cos^2\varphi)$	$22.599sin2\varphi$
	egyharmad-napos	$123.735cos^3\varphi$	$26.096sin\varphi cos^2\varphi$	$26.096cos^2\varphi$

3 Az árapály kutatás története

3.1 Az Ókortól Newtonig

Legrégibb tárgyi emlékünk az emberiség és a tengerek árapályának kapcsolatáról az időszámításunk előtti 2450 körüli időből származik. Az indiai Ahmedabad környékén a Harappan bronzkori civilizáció korából származó építmény, egy hajó dokk romja, található. Ez egy nagy medence, szűk ajtókkal lezárható kijárattal a tenger felé (4. ábra). Ezt az ajtót dagálykor nyitották és a hajók be tudtak jutni a medencébe, majd az ajtót apálykor bezárták és így a hajók szárazra kerültek (Pugh 1987).

[1] microgal $=^1 10^{-6} cm \cdot s^{-2}$
[2] mseca $=^1 2.778 \cdot 10^{-7}$ ív fok



4. ábra. A Lotha-i dokk jelenlegi állapota. (https://maritimehistorypodcast.comdock/ep-011-harappa-erythraean-sea/). Az építmény hossza körülbelül 222 méter, szélessége 37 méter, mélysége pedig 4 méter. Alsó részén valószínűleg a hajók áthaladását lehetővé tevő csatorna maradványait mutatja, a tározó túlsó oldalán pedig a vízbevezető csatorna volt (a képen nem látható)

A hindu vallás szent hagyományát képező Purána iratok (i.e. 400-300) szerint az árapályt a Hold kelti, mely a tengerek vizeit felmelegíti és az így kiterjedő víztömeg okozza az árapályt. Érdekes, hogy ez az elképzelés megjelenik a XIII. századi arab forrásokban is, melyek elsősorban Zakaryia al-Quazwin (1203-1283) perzsa matematikus, fizikus és csillagász nevéhez köthetők (Cartwright 2001). Az ősi kínai elképzelés szerint a tengerek szintjének rendszeres árapály okozta változásainak oka a Föld belsejéből származik: a víz a Föld vére, a Földnek, mint egy élőlénynek szabályos pulzusa van és a vízszintváltozások a földbelsőben végbemenő nyomásváltozásokkal kapcsolatosak.

A tudomány fejlődésének meghatározó eleme az ókori görög-római. Ez a megállapítás azonban – a más területeken elért eredményekhez viszonyítva – csak kisebb mértékben igaz az árapállyal kapcsolatos tudás gyarapodására. Ennek oka mindenekelőtt az, hogy az ókori görög-római világ a Földközi-tengerhez kötődik, ahol az árapály jelenség okozta hatás nem jelentős. Hogy a földközi-tengeri kultúrájú népek korlátozott ismeretekkel rendelkeztek erről a jelenségről annak egyik bizonyítéka az első században élt római történetíró, Curtius Rufus, leírása a Nagy Sándor (i.e. 356 – i.e. 323) flottáját az Indus deltájában ért pusztító természeti csapásról: az ottani dagály nagy rombolást végzett a hajók között, mivel ilyen hatásra a flotta parancsnoka nem volt felkészülve. Ugyanebben az időben Pütheász (i.e. 380 körül – i.e. 310) görög felfedező és utazó a görög Massziliából (a mai Marseilleből) indulva a görög hajósok közül vállalkozó útitársaival együtt talán elsőként hajózott ki a Földközi tengerről az Atlanti óceánra, ahol állítólag egészen a Hebridákig jutott el. A korabeli hajósok szokása szerint az első atlanti-óceáni napjuk végén éjszakára hajóikat a partra vontatták. Másnap reggel döbbenten tapasztalták, hogy a tenger ott hagyta őket a szárazon és a víztükör a messzi távolba került tőlük. Ez a jelenség félelmetes és váratlan volt a görög utazók számára (Cholnoky 1932).

A jelenséget vizsgálva Pütheász felfedezte, hogy az árapály okozója a Hold. Ő volt az, aki elsőként leírta napi kétszeri árapályváltozás mellett a félhavi árapályváltozást is és megállapította, hogy az árapály amplitúdója és a Hold fázisai között összefüggés van. A Babilóniában az időszámításunk előtti második században élt görög heliocentrikus (a Nap a világ középpontja) szemléletű csillagász, Szeleukosz, a vörös-tengeri árapály megfigyelése alapján megállapította, hogy a napi két árapály csúcs nem egyenlő, ha a Hold az egyenlítőtől távol vagy ha annak közelében tartózkodik (Ekman 1993). A földrajztudomány megalapítójának méltán tekintett Sztrabon (i.e. 64 – i.sz. 21) Geographika-jában marad fenn Poszidóniusz (i.e. 135 – i.e. 51) munkája, mely összefoglalta a kornak

az árapályra vonatkozó tudását és saját megfigyeléseit, melyeket a mai Spanyolország atlanti partvidékén Gadesnél (a mai Cádiznál) végzett. Munkájában foglalkozik az árapály napi, havi és éves periódusú változásainak ismertetésével. Ugyancsak Strabonnál található megemlékezés Polybioszról (i.e. 208 körül – i.e. 125 körül) akitől az első (a XIX. század közepéig az egyetlen) leírás származik a földárapályról: „…a ghadeirai Héraklés-templomban van egy iható vizű forrás, amelynek vizéhez néhány lépcső vezet le, s itt az árapállyal éppen ellenkező tünemény észlelhető, amennyiben a vize a dagály alkalmával kiapad, az apályalkalmával pedig újból felbuzog. Ennek okát a mélységből a föld felszínére törő légáramlásban látja, melyet a tenger áradásai alkalmával a hullám elaraszt, s így elzárja szokásos kivezető útját, visszafordulva tehát befelé elzárja a forrás útjait, s így a víz elapadását okozza, ismét fölszabadulva azonban egyenesen tör előre, s a forrás ereit fölszabadítja…”. (Strabón, Földy József fordítása 1977).

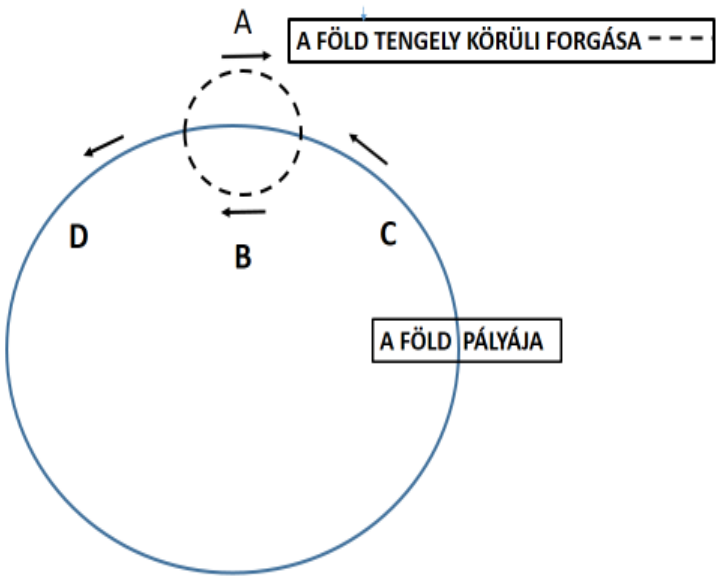
A földközi-tengeri árapály annak ellenére, hogy amplitúdója nem számottevő, a tengeri szűkületekben erős árapályáramlásokat kelt. Így feljegyezték, hogy Arisztotelészt meghökkentette az a görög szárazföld és a hosszan azzal párhuzamosan húzódó Eoboea sziget közti csatornában periodikusán változó irányú áramlás. Az idősebbik Pliniusz (23-79) Naturalis historia című munkájában számos árapályra vonatkozó megfigyelés található. Megállapítja például, hogy a tavaszi és őszi napéjegyenlőség idején az árapály nagyobb, mint a nyári és téli napforduló idején, leírja a holdfázisok és az árapály jellege közötti összefüggést.

A középkor folyamán egészen Galilei és Kepler idejéig az árapállyal kapcsolatos ismeretek csak kis mértékben növekedtek. A tiszteletreméltónak nevezett nagytudású angol szerzetes Bede (673-735) felfedezte, hogy az óceáni árapály fázisa kikötőként változó. Az első, a hajózást elősegíteni hivatott árapály táblázatok a XI–XV. század között jelentek meg Angliában, Németországban, Franciaországban és Kínában. Guillaume Brouscon breton térképész 1546-ban megjelent Almanachja hasznos ismereteket tartalmazott a francia, angol és breton tengerészek részére az árapály áramlások irányáról és segítségével számítani lehetett az árapály okozta szintváltozásokat. Az árapály kutatását, ha áttételesen is, jelentős mértékben befolyásolta a naprendszerről alkotott kép Kopernikusz (1473-1543) által végzett forradalmi átalakítása. A halála évében megjelent főműve "Az égi pályák forgásáról"(„De Revolutionibus Orbium Coelestium”) hatása, bár több évtized késéssel, olyan tudósok tevékenységére jelentett döntő hatást, mint Galileo Galilei (1564-1642), Johannes Kepler (1571-1630), René Descartes (1592-1650).

A kopernikuszi nézetek elterjesztésében Galilei itáliai előfutára Paolo Scarpi (1552-1623) volt (Naylor 2014). Tanulmányozta Kopernikusz nézeteit és érveket gyűjtött azok alátámasztására. Már 1592-ben, Galileit megelőzve, Kopernikusz támogatója lett. Elképzeléseiből Galilei sokat vett át és a heliocentrikus világkép támogatója is az ő nyomán lett. A Jupiter négy holdjának és a Vénusz fázisváltozásainak felfedezésének hatása ebben a hitében megerősítette és nézeteit egyre határozottabban hirdette. Az őt ért 1616. évi tiltó rendeletet a pápa kérése ellenére sem ismerte el és nem fogadta el, hogy a kopernikuszi elméletet ne valóságként, hanem csupán matematikai elméletként kezelje. Az egyház vezetése felszólította, hogy amíg nem áll döntő bizonyíték rendelkezésére tartózkodjon nézetei közzétevésétől. Galilei (1983) ezt a döntő bizonyítékot az árapály jelenségben vélte felismerni. Annyira döntő érvnek hitte az árapállyal kapcsolatos elképzelése bizonyító erejét, hogy nagy művét eredetileg „Del flusso e del reiflusso” („A dagályról és az apályról”) címmel tervezte megjelentetni és csak később lett az 1632-ben megjelent mű címe „Dialogo: sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico, e copernicano” („Párbeszédek: a két legnagyobb világrendszerről, a ptolemaiosziról és a kopernikuszról”). Ez a mű több napig tartó beszélgetések formájában íródott.

A három beszélgető partner egyike a szerző, a másik kettő a pártatlan, illetve az arisztotelészi nézeteket valló. Az árapállyal, mint a mű csattanójával, a negyedik napon foglalkoznak a résztvevők. A kopernikuszi nézeteket alátámasztására szánt elképzelés szerint az árapályt a Föld két mozgása, a tengelykörüli és a Nap körüli pályamenti kölcsönhatása okozza (Aiton és Burstyn 1965) (5. ábra).

Attól eltekintve, hogy ez az elmélet hibásnak bizonyult azt is meg kell jegyezni, hogy Galilei korában még nem állt elég döntő bizonyíték rendelkezésre ahhoz, hogy a heliocentrikus rendszer bizonyítható legyen.



5. ábra. Galilei a „Dialogo: sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico, e copernicano" („Párbeszédek: a két legnagyobb világrendszerről, a ptolemaiosziról és a kopernikuszról") című művében az árapályt a Föld Nap körüli pálya menti mozgásának és tengelykörüli forgásának kölcsönhatásával magyarázza. Az éjfélnek megfelelő **A** pontban a két hatás gyengíti, míg a délnek megfelelő **B** pontban erősíti egymást, azaz a sebesség nagyobb **B**-ben mint **A**-ban. Tehát Galilei szerint a Föld minden pontja hol gyorsuló, hol lassuló mozgást végez, és ez vezet az árapály megjelenéséhez

Johannes Kepler, aki szintén a heliocentrikus rendszer híve volt és erre támaszkodva alkotta meg törvényeit nem írt árapály témával foglalkozó munkát. Ennek ellenére több momentum utal arra, hogy az árapály jelenség érdekelte és közel állt annak helyes értelmezéséhez. Galilei, aki figyelemmel kísérte Kepler tevékenységét a "Dialogo" negyedik napi beszélgetése során gúnyolódva említi Keplert, mert az az árapályjelenséget a Hold hatásának tulajdonította. Kepler horoszkópjában arról ír, hogy már tübingeni egyetemi évei során foglalkoztatta ez a jelenség (Koestler 1996). Kepler közel került a gravitáció fogalmának felismeréséhez. Vonatkozó nézetei az "Astronomia Nova" -ban (1609) olvashatók. Ennek megfelelően jegyzi meg, hogy „a víz azon helyek felé mozog, ahol a Hold zenitben áll". Az 1634-ben, tehát halála után, megjelent a holdutazással kapcsolatos regényében a „Somnium" -ban így ír: „Amikor az utazás első része véget ér, mert a test kikerül a Föld mágneses vonzóköréből, a Holdéba ér…ezen a ponton a Hold és a Föld mágneses ereje egyformán vonzza a testet…". A regény egy későbbi részében pedig az olvasható, hogy a Föld és a Nap együttes vonzása a Holdon tavaszi áradásokat, dagályokat okoz (Koestler 1996).

Galilei kortársa René Descartes (1596-1650) nézeteit, többek között az árapályról is, a „Les principies de la philosophie" című 1644-ben megjelent munkájában fejtette ki. Szerinte nincs vakum, a világmindenséget anyag tölti ki és ennek örvénylései a mozgás forrásai. A központi örvény középpontjában a Nap található, és forgása az örvénylés előidézője. Ez az örvény mozgatja pályájukon a bolygókat, melyek maguk is a saját, másodlagos örvényük forrásai. Így a Holdat a Föld örvénye mozgatja. De valamiért a Hold a Föld örvényénél lassabban mozog, ami akadályt teremt és zavarja az anyag szimmetrikus áramlását. Ez nyomáskülönbségeket kelt az óceánok felületén létrehozva az árapályt. Örvényelméletének rendellenességeivel magyarázza, a napi kétszer megjelenő árapály csúcsokat, a kéthetes árapályhullámot és más árapállyal kapcsolatos jelenségeket.

3.2 Newton és Laplace

Newton (1642-1727) 1687-ben megjelent munkája a „Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" átformálta az emberiség felfogását az univerzumról, és ezen belül az árapályjelenségről is. A

Principiában található árapállyal kapcsolatos legfontosabb megállapításai a következők (Chandrasekhar[3] 2003):

1. az egyik gravitációs hatással bíró testnek a másikra gyakorolt hatásának következtében annak a ható test felöleli és átellenes (antipodális) pontjain egyforma árapály púpok jönnek létre
2. az árapálypúpokat a Hold és a Nap keltik és ez utóbbi hatása az előzőének fele. Megjegyzendő, hogy Newton idejében még nem voltak ismertek sem a Föld, sem a Hold tömegei, ezért ő az egyharmados értéket árapály elmélete alapján becsülte. A ma elfogadott érték 0.44
3. a Hold és a Nap a földi árapály púpokat önállóan keltik
4. a Hold és a Nap gravitációs hatásának következtében a tengerek egy ellipszoid alakját veszik fel, melynek nagytengelye a keltő égitest irányába mutat
5. A Föld forgásának következtében a felszínén lévő pontok a maximális és a minimális vízmagasság helyén egyaránt áthaladnak, ami magyarázza a maximális és minimális árapály egymást követését, tehát az árapály időbeli változását.

A Principia magyarázatot szolgáltat a fél- és egész hónapos árapályhullámok létére, leírja az árapályhatás szélesség függését, a deklináció hatását. Röviden szólva Newton megalkotja a statikus árapály elméletét. Méltán állapítja meg művének forradalmian új árapállyal foglalkozó részéről, hogy „így megmagyaráztam a Hold és a tengerek mozgásait".

Newton árapályelméletében két, elsősorban a tengeri árapállyal kapcsolatos tisztázatlan kérdés maradt. Egyrészt az a feltételezése, hogy az árapály okozta vízszintváltozásokat az árapálykeltő erő függőleges komponense kelti a későbbi kutatások fényében nem bizonyult helytállónak. Másrészt bizonytalan maradt, hogyan reagál a víz a változó vertikális árapály erőkre.

A XVIII. század folyamán a párizsi Académie Royale des Sciences számos projektet támogatott az árapály pontos megfigyelése és előjelzése érdekében különböző francia kikötőkben. Ezenkívül nagy fontossággal bírt az a pályázat, melyet 1738-ban írt ki az Akadémia „Le flux et le réflux de la mer" („A tenger dagálya és apálya") témában. A beérkezett és 1740-ben díjazott pályázatok között három volt, melyek lényeges mértékben hozzájárultak az árapály megismeréséhez. Colin Maclaurin (1698 – 1746) skót matematikus dolgozatában először ismerte fel a Föld forgása következtében fellépő eltérítő erő szerepét, mely később nagy szerepet kapott Laplace árapály elméletében (Laplace 1825, 1966 (fordítás)) (ezt az erőt ma Coriolis erőnek nevezzük). Leonhard Euler (1707–1783) svájci matematikus és fizikus dolgozatának legfontosabb eredménye annak bizonyítása volt, hogy a horizontális és nem a vertikális erőhatás az, mely meghatározza az árapály keltette mozgást.

Az 1738-ban meghirdetett pályázat nyertesei közül talán Daniel Bernoulli (1700–1782) svájci orvos, fizikus és matematikus pályázatának volt legnagyobb hatása a fejlődésre. Módszerének lényege volt, hogy a Hold és a Nap csillagászati forrásokból ismert mozgása alapján számította a kombinált statikus árapályt és eredményeit a megfigyelt árapály görbékhez illesztette. Vizsgálatai alapján először nyílt lehetőség arra, hogy csillagászati adatok segítségével számítani és prognosztizálni lehessen az árapályt.

Newton a Nap és a Hold árapály arányára vonatkozó adatát felülbírálva egy a ma elfogadott értékhez hasonlót kapott (0.40). Ezt az adatot és az árapály számításait felhasználva egy sor kikötőre sikerült árapály előjelzésére vonatkozó táblázatokat készítenie (Koestler 1996).

Pierre-Simon de Laplace (1749–1827) francia matematikus, csillagász, fizikus szerepe az árapályelmélet fejlesztésében csak Newtonéhoz hasonlítható. Laplace megalkotta azokat a dinamikus egyenleteket, melyek meghatározzák az óceán válaszát az árapálykeltő erők hatására (Laplace 1825, 1966). Elődei, Newton és az 1738-as francia akadémiai pályázat nyertesei az óceán statikus, vagy statikus válaszát feltételezték az árapálykeltő erők hatására. Laplace elméletének kidolgozásakor elsősorban Euler hidrodinamikai egyenleteire támaszkodott és ezeket alkalmazta a Föld esetére. Elődeihez hasonlóan az óceánt, mint az egész Földet beborító, változó mélységű összenyomhatatlan folyadék réteggel modellezte. Azzal a feltételezéssel élt, hogy a Föld sugarához képest az óceánok mélysége

[3] Chandrasekhar S. (1910-1997) Nobel-díjas indiai származású fizikus, aki földtudományi kérdésekkel is foglalkozott: „Ellipsoidal figures of equilibrium" című könyvében (Yale university Press, 1969).

kicsiny. Ebből következik, hogy a nagyléptékű folyadékmozgások közel vízszintesek kell, legyenek. Modelljében Maclaurin-hoz hasonlóan figyelembe vette a Föld forgása következtében fellépő eltérítő erőt. 1782-ben tette közzé a szférikus harmonikusokkal kapcsolatos elméletét, melyek árapállyal kapcsolatos kutatásaiban döntő szerephez jutnak. Ezeket felhasználva adódik az árapály potenciál egyenlete, melynek felhasználásával jutott el egyik meghatározó fontosságú eredményéhez, annak felismeréséhez, hogy ez a potenciál háromféle különböző oszcillációt gerjeszt. Ezek közül az első nem függ a felszíni pont földrajzi hosszúságától, csak a keltő tömeg zonális eloszlású pályaelemei okozzák a változásokat. Ezen zonális hosszúperiódusú hullámok nem függenek az óceánok mélységétől. A második hullámtípus közel egésznapos periódussal bír. Az amplitúdók eloszlása tesszerális és az amplitúdók függenek az óceánok mélységétől és eltűnnek állandó mélység esetén. A harmadik hullámtípus a félnapos, mely szektoriális eloszlású és ezek a hullámok eltűnnek végtelen mélységű óceán feltételezése esetén.

Összefoglalva Laplace munkásságát megállapítható, hogy az, Newtonéra épült, de munkájában az árapályerő helyett ő az árapály potenciát használta, felfedezte a szférikus harmonikusokat és bevezette a dinamikus árapály elméletét. Megalkotta az óceáni vizek dinamikáját leíró, máig használt, egyenleteit. Kimutatta az árapály változások három fő típusát a hosszú, az egésznapos- és a félnapos hullámokat (Cartwright 2001).

Az árapály jelenség kutatása a XIX. század közepétől két ágon folytatódik. Ekkor egyrészt a Laplace egyenletben (Laplace, 1szereplő három árapályhullám típus részletes vizsgálatára kerül sor, másrészt az akkor születőben lévő geofizika igényeinek megfelelő műszeres és további elméleti, a tengeri mellett a szilárd Föld árapályával kapcsolatos, kutatásokra is sor kerül.

3.3 Az árapályhullámok vizsgálata 1868-tól napjainkig

Az árapály az akkorra már meglévő mareográfokkal megfigyelt idősorainak harmonikus analízisét, sorfejtését William Thomson (Lord Kelvin) (1824-1907) kezdeményezte 1868-ban (Thomson 1868). Munkájában Laplace úgynevezett kitalált, fiktív égitestek elgondolására támaszkodott. Ezek a fiktív égitestek az egyenlítő síkjában állandó szögsebességgel mozognak pályájukon. Például az egyik fiktív égitest mozgása az equinoxokhoz (*napéjegyenlőséghez)* rögzített és ez lett az úgynevezett sziderális árapály. Másik példa egy a Hold perigeumának hosszúságához kötött képzelt égitest. Azaz Laplace az árapályjelenséget több elemi jelenség, hullám sorának tekintette. Ezt a megkezdett munkát George Howard Darwin (1845-1912) csillagász és matematikus, a híres biológus Charles Darwin (1809-1882) második fia, folytatta. Tekintettel arra, hogy a XIX. században még nem állt rendelkezésre megfelelő részletességű holdpálya modell, Darwin sorfejtése (Darwin 1882) még nem volt szigorúan harmonikusnak tekinthető és csak a nagyobb hullámokra terjedt ki. Ennek ellenére az ő munkája volt az első árapály sorfejtés, melyre a későbbiekben támaszkodhattak. A nagyobb árapályhullámok esetében ma is az általa használt betűjelölések vannak használatban, melyek 1,2, 3 indexei az egész-, a fél- és az egyharmad napi hullámokat jelölik (a hosszúperiódusú zonális hullámok jelei csak betű indexet kaptak).

Például a legnagyobb árapályhullámok: K_1, O_1, M_2, S_2, N_2. Csak 1921-ben közölte Doodson az első részletes, már modernek mondható, hosszú évtizedekig használatban lévő sorfejtését. Munkájának alapja Brown (1919) elmélete volt, mely nagy pontossággal írja le a Hold mozgását. Doodson a sorfejtésében szereplő mind a 378 hullámnak hat jegyből álló argumentum számot adott, melyek komponensei:

τ – közepes Hold idő,
s – a Hold közepes hosszúsága,
h – a Nap közepes hosszúsága,
p – a Hold perigeumának hosszúsága,
$N'=N$,

ahol N a Hold felszálló csomópontjának hosszúsága és P_s – a Nap perigeumának hosszúsága. A közepes Hold időből a közepes Nap idő

$$t = \tau + s - h \tag{13}$$

A többi öt mennyiség Brown egyenleteiből adódik, melyek ezeket a Julián század harmadfokú közelítő egyenleteivel szolgáltatják. Doodson a hullámokat egy hat számból álló –általa argumentum számnak nevezett kóddal jelölte meg:

$$a_1 + a_2 s + a_3 h + a_4 p + a_5 N^1 + a_6 P^s \tag{14}$$

ahol a_i értékeket egyszerűen kapjuk: az argumentumszám első jegye a_1 értéke 0 a hosszúperiódusú, 1 az egésznapos, 2 a félnapos és 3 az egyharmadnapos hullámok esetében. Az összes többi a_i érték úgy adódik, hogy az argumentum szám jegyeiből ötöt levonunk. A Doodson-féle sorfejtés nevezetes tulajdonsága, hogy a_i mindig egész szám. Például:

argumentum szám	argumentum
255.555	2
273.555	2 2h -2s

Példaként nézzük, meg hogyan adódik a hullámok számításához szükséges elméleti érték M_2 hullám estében. A Laplace egyenlet jobb oldali harmadik egyenletét használjuk fel a Hold esetében:

$$C_H \left(\frac{r_H^*}{r_H}\right)^3 \cdot cos^2\varphi \cdot cos^2 D_H \cdot cos2\tau \tag{15}$$

A hullám $cos^2\varphi$ függvénye. Jelöljük $C_{SH} = C_H \cdot \cos^2\varphi$ és a Hold pályájának ellipcitása következtében:

$$\left(\frac{r_H^*}{r_H}\right)^3 = 1 + m \cdot \cos(s - p) \tag{16}$$

ahol $m = 0.164$.

A Hold deklinációja

$$\cos^2 D_H = 1 + m \cdot \cos(s - p) \tag{17}$$

Így kapjuk

$$C_{SH} \cdot [1 + mcos(s - p)] \cdot (1 + n \cdot cos2s) \cdot cos \cdot 2\tau =$$
$$= C_{SH} \cdot cos2\tau + C_{SH} \cdot m \cdot cos(s - p) \cdot cos2\tau + C_{SH} \cdot n \cdot cos2s \cdot cos2\tau + m \cdot n \cdot C_{SH} \cdot cos2s$$
$$\cdot \cos(s - p) \cdot cos2\tau \tag{18}$$

Mivel csillagászati adatok alapján) m sokkal nagyobb n-nél elégedjünk meg az egyenlet jobb oldalának első két tagjával, melyek egyszerű átalakítás után:

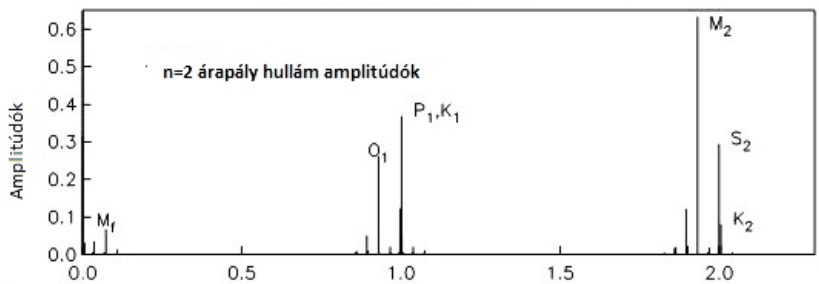
$$C_{SH} \cdot cos2\tau + \frac{1}{2} \cdot C_{SH} \cdot m \cdot cos(2\tau - s + p) + \frac{1}{2} \cdot C_{SH} \cdot m \cdot cos(2\tau - s + p) \tag{19}$$

Az első hullámot melynek amplitúdója C_{SH} és fázisa 2τ nevezzük M_2 hullámnak, melyet egy olyan Laplace féle fiktív Hold hoz létre mely az egyenlítő síkjában körpályán kering a valóságos Hold átlagos sebességével és periódusa a holdnap fele 12^h25^{min}. A második és harmadik tag a Hold által keltett két elliptikus hullám $N_2(12^h39^{min})$ és L_2 (12^h11^{min}).

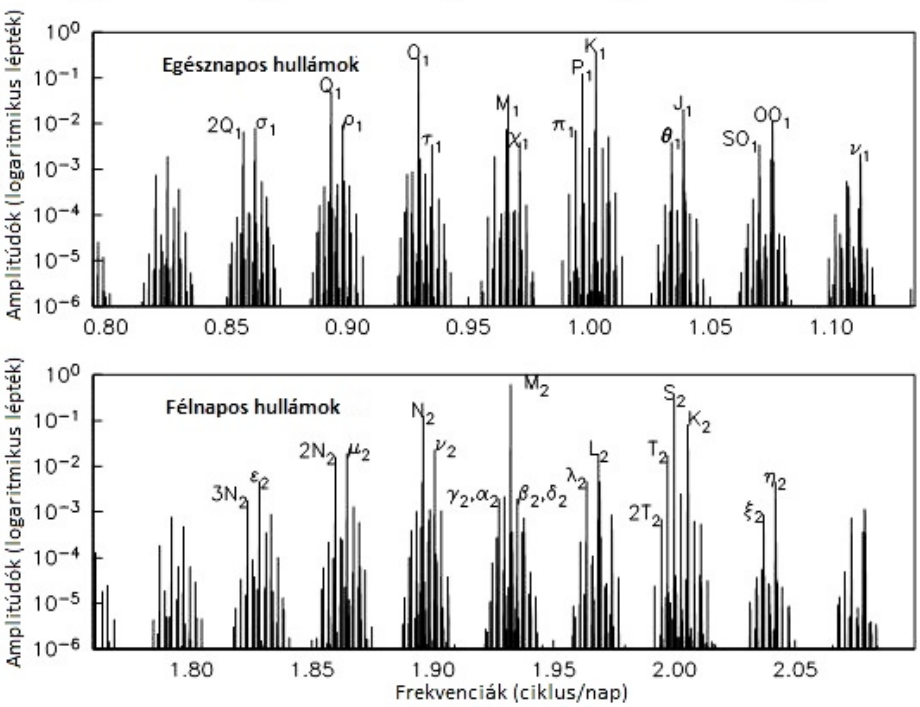
Doodson meghatározó fontosságú sorfejtése ötven évig volt az árapállyal kapcsolatos kutatások nélkülözhetetlen eszköze. A XX. század hetvenes éveitől több árapály sorfejtés jelent meg (2. táblázat). Ezek megtartották a Darwin által bevezetett hullám megnevezéseket és a Doodson féle számok is használatban maradtak. A sorfejtések elemi hullámainak száma jelentősen növekedett és ezzel együtt a sorfejtés pontossága is. Ugyanakkor figyelembe kell venni, hogy az árapály hullámok spektruma nem folytonos (6.-7. ábrák).

2. táblázat. Árapály potenciál sorfejtés katalógusok

Szerző	Év	Elemi hullámok száma
Doodson	1921	378
Cartwright, Tayler	1971	505
Bullesfeld	1985	656
Tamura	1987	1200
Qinwen Xi,	1987	3070
Hartmann, Wenzel	1995	12935
Roosbeek	1995	6499
Kudryavtsev	2004	27000



6. ábra. Az árapály hullámok spektruma



7. ábra. Az árapály hullámok spektruma az egész- és a félnapos hullámok esetében (Agnew 2010 nyomán). Az árapály hullámok spektruma nem folytonos, a hullámok az árapályhatás fő részét jelentő nagy hullámok körül csoportosulnak (5. ábra). Az amplitúdók, a kisebb hullám láthatóvá tétele érdekében, logaritmikus léptékben vannak ábrázolva

3.4 A földárapálykutatás szerepe a geofizika létrejöttében és fejlődésében 1880 és 1920 között

Julius Fröbel (1805–1893) német geográfus egy 1834-ben írt munkájában először használja a geofizika kifejezést (természetesen németül: geophysik) azokra a Földdel kapcsolatos, addigra már meglévő ismeretekre, amelyeket nem tudott besorolni sem a földrajz, sem az akkor már formálódó földtan és geodézia tárgykörébe. A geofizika, mint önálló tudomány azonban csak az 1880-as években kezdett kialakulni. Ekkor jelentek meg az első geofizikai intézmények, könyvek és folyóiratok (Varga és Gráczer 2013).

Ebben az időben négy olyan kérdés foglalkoztatta a szakembereket melyek a Föld fizikájával voltak kapcsolatban:

- a Föld korának problémája
- a Föld belsejének hőmérséklete
- a Föld átlagos sűrűsége és a sűrűség mélység szerinti eloszlása bolygónk belsejében
- a Föld átlagos nyírási modulusának kérdése

Ezek közül az utóbbi volt az, melynek kutatásában az árapálykutatás jelentős szerepet játszott. Fröbellel egy időben és vele hasonló értelemben, Angliában William Hopkins (1793-1866) a „fizikai geológia" ("physical geology") kifejezést használta. Hopkins (1839) kutatásainak tárgya a Föld tengelyének precessziója és nutációja volt. Abban az időben a geológusok úgy vélték, hogy a Föld alapjában véve cseppfolyós test, melyet egy 100 kilométernél vékonyabb szilárd kéreg borít. Hopkins matematikai alapokon nyugvó vizsgálata azonban megmutatta, hogy a kéreg vastagsága legalább 1200 - 1600 km. Hopkins tanítványai közül számos hírneves tudós került ki (W. Thomson (Lord Kelvin) (1824–1907), J. C. Maxwell (1831–1879), G. G. Stokes (1819–1903), F. Galton (1822–1911)). Tanítványai egyike William Thomson Hopkins munkásságát folytatva 1862-ben és 1863-ban, a földtudományok fejlődésének meghatározó fontosságú, a Royal Society részére írt, két tanulmányában kimutatta, hogy a szilárd Föld a Hold és a Nap árapálykeltő hatása alatt deformálódik, és ez a rugalmas deformáció – a földárapály – alkalmas a bolygó átlagos nyírási modulusának meghatározására (Thomson 1862, 1863). Az általa kapott egyenlet elvi lehetőséget biztosított a Föld átlagos nyírási modulusának meghatározására:

$$h = \frac{5}{2} \cdot \frac{H}{1 + \frac{19\mu}{2g\rho a}} \tag{21}$$

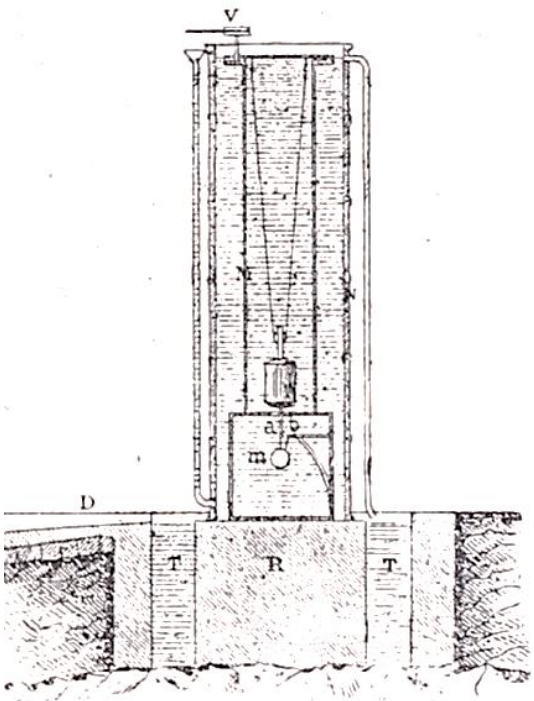
Ebben az egyenletben H a merev Földre érvényes és csillagászati adatok segítségével számítható árapály amplitúdó, míg h a megfigyelté. A Föld átlagos nyírási modulusa μ, továbbá g, ρ és a a gravitációs gyorsulás, a Föld sűrűsége, a pedig átlagos sugara a XIX. század közepén már ismert mennyiségek voltak. h meghatározására Thomson (Kelvin) két módszert javasolt a Föld rugalmasságának kimutatására (Thomson 1862, 1863). Az egyik a hosszúperiódusú zonális árapály keltette tengerszint változásokra épült, melynek eredményeit Darwin (1882) és Schweidar (1916) megfigyelései alapján a 3. táblázat tartalmazza.

3. táblázat. A zonális árapály megfigyelt $\frac{h}{H}$ relatív amplitúdói. (A táblázatban szereplő M_f és M_m hullámok Mf periódusai holdhónapban értendők és ennek megfelelően periódusuk 13.6 és 27.32 nap)

	Kéthetes árapály hullám (M_f)	Hónapos árapály hullám (M_m)
Darwin (1882) 14 európai és indiai kikötő (33 év hosszúságú megfigyelés)	0.675 ± 0.084	0.680 ± 0.387
Schweydar (1916) 43 kikötő világszerte (194 év hosszúságú megfigyelés)	0.626 ± 0.043	0.605 ± 0.102

A kapott megfigyelési eredményekből először nyert igazolást, hogy a Föld rugalmas test ($h \neq H$) és átlagos nyírási modulusa Kelvin képlete alapján az acéléhoz hasonló.

Az árapály mareográfok által rögzített idősorai mellett közvetlen műszeres árapály megfigyelésekre is szükség volt (Thomson 1862, 1863), mert a zonális árapály nem tekinthető teljes mértékben statikusnak és amplitúdó értékét torzítja az árapályhullám által képviselt víztömeg földfelszínt deformáló hatása is. Ezért folytattak Darwin és testvére Horace 1880 és 1882 között kísérleteket Cambridgeben egy kettős felfüggesztésű vertikális ingával (8. ábra). Ez volt az első próbálkozás a földárapály műszeres megfigyelésére. Egy függőleges felfüggesztésű inga esetében annak elmozdulásait ezred ívmásodperc pontossággal kellett volna mérni, amire a XIX. századvégi méréstechnika még nem tudott lehetőséget biztosítani. „Kétlem, hogy valaha is el lehet különíteni az árapálykeltő erők hatását a sokféle zavartól" jelentette ki G. Darwin 1898-ban.



8. ábra. A Darwin fivérek (George és Horace) Kelvin elképzelése alapján épített bifiláris felfüggesztésű ingája (Cambridge, 1880-82) Az inga réz tokba volt szerelve, víz-alkoholos csillapítással. A felfüggesztett tömeg ~**70** kg (réz); az inga hossza ~**1**, **5** m; fényforrás: gázlámpa. A vizuális leolvasást teleszkóp segítségével valósították meg. (T – vízzel töltött hengerek a hőmérséklet stabilizálására és a külső rezgések csillapítására, R – pillér, m – a tömeg alatt dróton felfüggesztett tükör és V – szabályozócsavar) (Jánosi 1911)

A XX. század elején a földárapály elmélete tovább fejlődött két olyan paraméter bevezetése révén melyek a szilárd Föld felszínének árapály keltette radiális irányú elmozdulását és gravitációs potenciáljának változását jellemezték (Love 1909) Ezek a Love számok, szokásos jelölésük h és k. Ehhez a két Love számhoz Shida (1912) egy harmadikat csatolt a horizontális elmozdulások jellemzése céljából. Ez a Shida szám, szokásos jelölése l.

Homogén folyékony gömb esetében $h = 1, k = 0.6, l = 0.3$. Tökéletesen merev homogén gömb esetében mindhárom Love-Shida szám nullával egyenlő. Homogén szilárd gömb esetében:

$$h = \frac{5f}{2f+1}\ ;\ \ k = \frac{3f}{2f+1}\ ;\ \ l = \frac{3f}{2(2f+1)} \tag{22}$$

ahol $f = \frac{g\rho a}{19\mu}$. Innen adódik rugalmas Föld esetére, hogy $k \approx 0.6,\ \ h \approx 2l$.

Love (1911) azt is megállapította, hogy a Föld méretével és átlagos rugalmas paramétereivel bíró gömb saját rezgésének alap periódusa 60 perc, és meghatározta ennek a gömbnek néhány további saját rezgés periódusát is. Ez a megállapítás lett kiindulási pontja a szeizmológia XX. század közepétől kifejlődő fontos ágának a Föld földrengések következtében létrejövő szabad rezgés (free oscillation) kutatásnak.

A rugalmasság korai kimutatásának másik forrása a lapult Föld tengelykörüli forgásának vizsgálatához köthető. 1765-ben Leonhard Euler (1707-1783) svájci matematikus elméleti úton kimutatta, hogy az egyenlítőjénél lapult merev Föld forgása során egy 305 napos szabad nutáció lép fel (Euler periódus). A XIX. századi csillagászat fontos eredménye volt, hogy Seth Carlo Chandler (1846-1913) a földrajzi szélesség változások megfigyelése során egy 365 és egy 427 napos periódust mutatott ki (Chandler 1891). Az utóbbi, ma Chandler periódusnak nevezett változást Simon Newcomb (1835-1909) értelmezte, hogy az eltérés az Euler periódustól a Föld rugalmasságának köszönhető. Euler periódusa, ha A és C a Föld sarki és az egyenlítői tehetetlenségi nyomatékok

$$\tau_0 = \frac{A}{A - C} \tag{23}$$

míg a Chandler periódus

$$\tau = \frac{\tau_0}{1 - c \cdot k}\,, \tag{24}$$

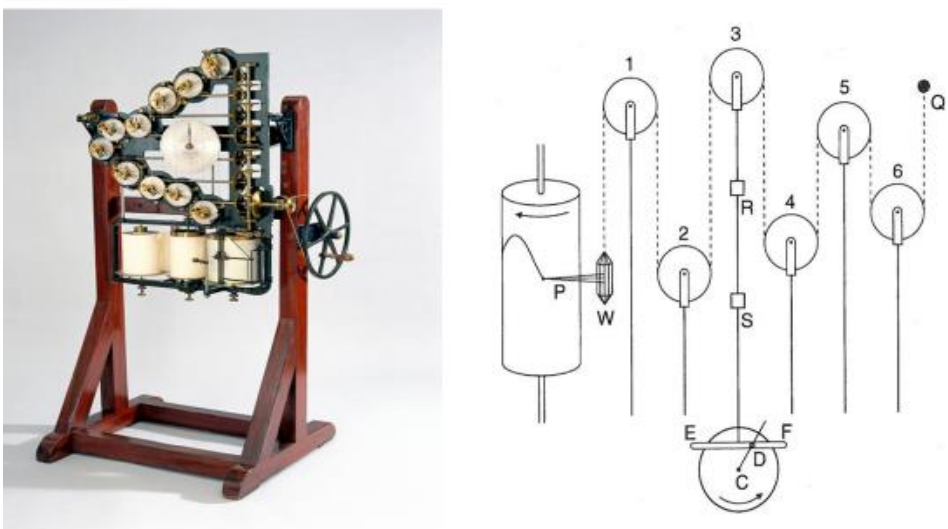
ahol k a már említett Love féle szám és c egy szorzó, melynek értéke attól függ, hogy a rugalmas köpenyből és cseppfolyós magból álló Föld egyes belső rétegei (és különösen a mag) milyen mértékben járulnak hozzá a Chandler-féle pólusmozgáshoz (pl. milyen a kapcsolat a köpeny és a mag között) (Pariisky 1963). Az Euler és a Chandler-féle periódusok egysége: nap.

A Föld fejlődésének fontos tényezője az árapálysúrlódás. Lényege, hogy az elsősorban a Hold által keltett árapálypúpok tekintettel bolygónk effektív rugalmatlanságára a Föld forgása miatt nem esnek pontosan a Hold és a Föld középpontjait összekötő egyenesre, hanem attól a Föld forgás irányában kitérnek. A Hold gravitációs erőhatást gyakorol erre az árapálypúpra igyekezve annak csúcsát az említett egyenesre visszahúzni. Ez az erőhatás nyilvánvalóan fékezi a Föld tengelykörüli forgását és ez által növeli a nap hosszúságát. A jelenséget már Edmond Halley (1656-1742) felismerte, mikor észrevette, hogy al-Battani arab csillagász ősi napfogyatkozások időpontjaira vonatkozó adatai szisztematikus eltérést mutatnak a Halley korabeli csillagászati adatokhoz képest. Az árapály súrlódás Föld forgást fékező hatásának első magyarázatát elsőként Kant adta meg 1754-ben, amikor arról írt, hogy a tengerek vize a Föld forgásával ellentétes irányban mozogva fékezi a tengelykörüli forgás sebességét (Darwin 1904). A jelenség magyarázatának alapjait George Darwin rakta le, aki felismerte, hogy az árapálysúrlódásnak meghatározó szerepe volt és van, mint a Hold, mint a Föld életében (Darwin 1881, 1904). (Ezt a kérdést részletesen tárgyalja majd a „A Föld-Hold rendszer fejlődése az árapálysúrlódás következtében" fejezet.)

A szilárd Föld árapályával szemben, ahol a Newton által kidolgozott statikus árapály-elmélet érvényesül, és ahol az egyes hullámok amplitúdóinak aránya jó közelítéssel olyan, amint azt az égi mechanika alapján elméletileg meghatározó, a tengerek árapályában a Laplace által kidolgozott dinamikus elmélet érvényesül, azaz a víz részecskék árapály-keltette mozgását, mint vertikális és horizontális irányú hullámmozgást vizsgáljuk. Laplace differenciálegyenleteinek numerikus megoldása a mareográfok által megfigyelt idősorok harmonikus analízisének eredményeiből indul ki, és igen összetett feladat. Több körülményre kell figyelemmel lenni (a tengerek medencéjének formája, a tengerfenék morfológiája, a szilárd Föld árapálya, vertikális sűrűség-inhomogenitások, hol és hogyan játszódik le az energia disszipációja stb.). Az árapályhullámok terjedési sebessége v közelítőleg $v = \sqrt[2]{g \cdot D}$ ahol g a gravitációs gyorsulás és D az óceán mélysége). A partközeli területeken XX. század elején már ismertek voltak azok a helyek a Földön, ahol az árapály magassága a legnagyobb. Mint ismeretes a legnagyobb árapály szintkülönbséget Kanada atlanti-óceáni partvidékén, a Fundy öbölben lehet megfigyelni, ahol ennek értéke eléri a 18 métert, sőt mértek már ennél nagyobb szintváltozást is (21.6 métert). Nagyon magas árapály figyelhető meg a Baffin-tenger Frobishen nevű öblében (15.6 m), a La Manche-csatornában St Molonál (13 m), a Fehér tenger egyik öblében (12.9 m), a Severn

folyó torkolatában Bristolnál (13 m). Miközben a nyílt óceánokon az árapály magassága nem haladja meg az egy métert. A tengeri árapály pontos térképezését nehezítik az ún. sekély vízi árapályhullámok (shallow water tides) (Doodson és Warburg 1941, Gallagher és Munk 1971), melyek a luniszoláris hatás következtében keletkező hullámok egymásra torlódása következtében keletkeznek a selfeken (nevük az őket kiváltó hullámok nevéből adódik, pl. M_4, M_6, MS_4 az M_2 és S_2 a félnapos árapályhullámok következtében). Ezeknek a hullámoknak az amplitúdója helyenként számottevő, például az európai selfeken az M_4 hullám amplitúdója elérheti az 50 centimétert. Az ezerkilencszázas évek elején az óceánok árapály szempontból még nem voltak egyformán ismertek. Legjobb volt a helyzet az Atlanti óceán északi részében, míg a Csendes óceán déli része gyakorlatilag ismeretlen terület volt.

Az óceáni árapály modelleken történő vizsgálata megmutatta, hogy a kotidális térképek erősen függenek a disszipáció értelmezésétől, a parti határfeltételek megfogalmazásától és mind nagyon érzékenyek a helyi perturbációkra, melyek a kontinentális talapzatból a mély tengerekbe való átmeneti felszíntől, a szigetek eloszlásából származnak (kotidális vonalak – az egyenlő amplitúdójú pontokat összekötő vonal). Az ilyen helyi hatások nagy szerephez juthatnak az árapály alakításában (Hendershott 1973, Pugh 1987). Ez a körülmény a XIX. század utolsó évtizedeiben a tengeri hajózást természetesen hátrányosan érintette. Kelvintől származik az az elképzelés, hogy a helyi árapály számítására, előrejelzése céljából analóg berendezéseket használjanak (angol nevük: tide predicting machine) (9. ábra). A berendezés lényege: az árapályt alkotó hullámok összességének meghatározása alapján meghatározni a teljes szintváltozást. Az árapály előrejelző mechanikus szerkezet elvi vázlata a 8. ábrán látható. A hat csiga középpontja függőleges irányú, a 3. csiga példáján bemutatott szerkezet által szabályozott sebességű mozgásra képes. A C középpont körül forgó csigához rögzített D csapágy szabad mozgásra képes az EF vájat mentén, melynek helyzete az R és S csúszkákkal szabályozható. A vertikális mozgás amplitúdóját CD hosszúsága határozza meg. A csigákat összekötő huzal egyik vége rögzített (Q), és feszített állapotban tartja a P írószerkezettel ellátott W tömeg. Az árapály hullámok fázisának figyelembe vehetősége érdekében C forgássebessége is szabályozható. Az első ilyen árapály előjelző berendezés egy Thomson által készített vázlat alapján 1872-1873-ban készült (Cartwright 2001).



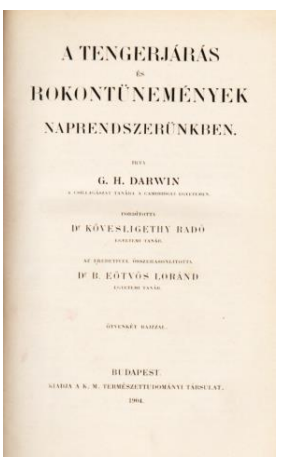
9. ábra. A William Thomson (Kelvin) által felfedezett árapály előrejelző analóg készülék (tide predicting machine) kivitelezett és elvi változata 1876-ból. (Cartwright 2001)

Az egyes árapály hullámok esetére készített tengeri árapály térképek, az úgynevezett kotidális (vagy cotidális) térképek, az egyforma amplitúdójú pontokat összekötő izovonalakat, valamint az egyforma fázisú helyeket ábrázoló cotidális vonalakat tartalmazzák. A térképeken szereplő amphidromikus pontok (árapálycsomópontok), olyan helyeket jelölnek, ahol egy adott árapályharmónikus amplitúdója zérus.

A tengeri árapály térképek készítése az oceanográfia egyik legfontosabb, egyszersmind egyik legösszetettebb feladatát jelentik. A tengerek árapályát bemutató térképek első vázlatát William Whewell készítette az 1830-as években. A későbbiekben a tengeri árapály térképek már külön-külön készültek a Hold és a Nap keltette hullámokra. Az első ilyen térképsorozat szerzője A. Harris volt. A térképek 1897 és 1907 között jelentek meg (Cartwright 2001). Korábban a tengeri árapály térképek szerkesztéséhez kizárólag a tengerpartokon és a szigeteken felállított moreográfok által regisztrált idősorok harmonikus analízisének eredményei szolgáltak kiindulási alapul. Ezekből kiindulva Laplace hidrodinamikai egyenleteinek megoldásával kapták a kotidális térképeket. Ezek számítása során számos szempontot kellett figyelembe venni. Ilyenek mindenekelőtt az óceán medence fenék domborzata, partvonalának geometriája, a tengeráramlatok területi elhelyezkedése. Nyilvánvaló, hogy az ilyen térképek a nyílt óceánok árapályáról csak hozzávetőleges információt szolgáltattak. Az 1957-58. évi Nemzetközi Geofizikai Évet követően jelentős mértékben szaporodtak a nyílt óceánokon telepített megfigyelő eszközök alapján meghatározott óceáni árapály paraméterek. Így lehetővé vált, hogy az óceánok globális árapály térképei elkészüljenek. Közülük ebben az időszakban például Zahel (1970) valamint Bogdanov és Magarik (1967) térképei bizonyultak megbízhatónak. Mindkét estben az öt legnagyobb árapályhullám (O_1, K_1, M_2, S_2, N_2) térképei készültek el. 1980-ban látott napvilágot Schwiderski térképsorozata a 9 legjelentősebb hullám esetére (M_f, Q_1, P_1, K_1, N_2, M_2, S_2, K_2), melyek az 1990-es évek közepéig-végéig standard modelleknek számítottak. Az 1980-as évek második felétől a nagypontosságú műhold magasságmérések (Geosat, ERS 1, Topex-Poseidon ehetővé tették a tengeri árapálytérképek pontosságának jelentős további fejlesztését. Elérhetővé vált, hogy az árapály okozta tengerszintváltozások a nyílt óceáni térségekben közel egy centiméteres pontossággal megismerhetőek legyenek (Le Provost 2001).

Az atmoszférikus árapály légnyomásváltozások formájában jelentkezik. A földfelszín közelében a félnapos hullám jelenik meg a leghatározottabban. Amplitúdója a földrajzi szélesség koszinuszának köbével arányos. Ennek megfelelően amplitúdója az egyenlítőnél a legnagyobb (hozzávetőleg 1.25 hPa. Megfigyelését nehezíti, hogy periódusa nagyon közeli az atmoszféra sajátrezgéséhez. Továbbá, hogy a légkörben még egy hasonló kényszerperiódus van jelen, a hőmérséklet közel 24 órás változása (Volland 1997).

A XIX. század végéig az árapálykutatásban elért eredmények látványos összegzését adja George Darwin népszerűsítő könyve a „Tides and Kindred Phenomena in the Solar System" (1897, Boston, New York, Houghton, Mifflin and Company). A könyv magyarul is megjelent „A tengerjárás és rokontüneményei naprendszerünkben" címmel a Magyar Királyi Természettudományi Társulat kiadásában, 1904-ben. A magyar kiadás érdekessége, hogy fordítója Kövesligethy Radó volt, míg a magyar fordítást „az eredetivel összehasonlította Eötvös Loránd". A magyar kiadás értékét növeli, hogy Kövesligethy egy tartalmas és számos tudománytörténeti információt tartalmazó utószót írt a könyvhöz (10. ábra)

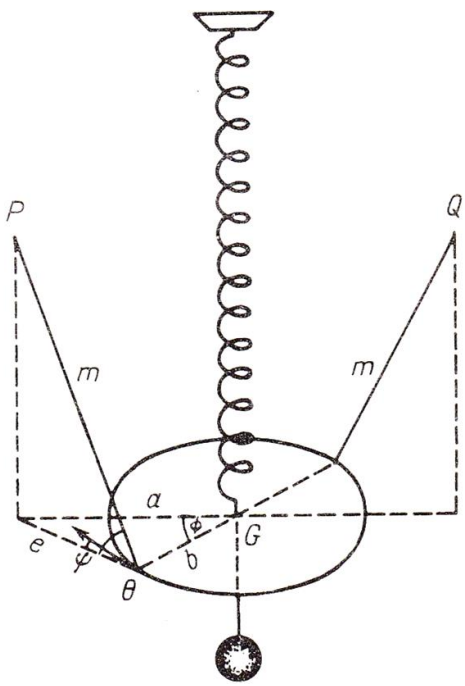

A TENGERJÁRÁS
ÉS
ROKONTÜNEMÉNYEK
NAPRENDSZERÜNKBEN.
G. H. DARWIN
Dr KÖVESLIGETHY RADÓ
Dr R. EÖTVÖS LORÁND
BUDAPEST.
1904.

10.ábra.

3.5 A földárapály kutatás a huszadik század eleje és a Nemzetközi Geofizikai Év (1957-1958) közötti időszakban

A két világháború között és a háborút követő – az 1950-es évekig tartó – időszakban a földárapály-kutatás fejlődése nem volt látványos. Ennek egyik oka az volt, hogy csak közvetlenül a második világháború előtti években, illetve azt követően születtek meg azok a Föld belső szerkezetére vonatkozó földmodellek, műszerek és elméletek, melyekre a földárapály kutatásnak tovább fejlődéséhez szüksége volt.

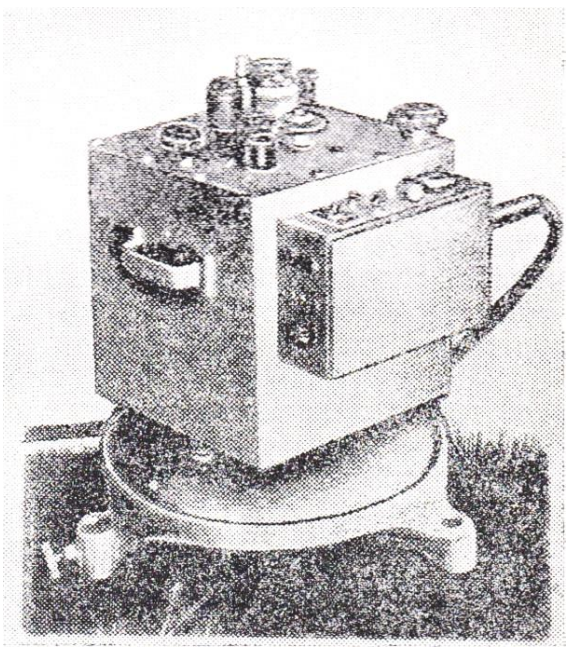
Az első olyan földmodellt, amely már a szeizmológiai megfigyelésekből meghatározott sebesség adatokra támaszkodott E. D. Williamson és L. H. Adams készítették 1923-ban (Williamson és Adams 1923). Bár a földmag méretét Gutenberg már 1913-ban meghatározta[4] (Gutenberg 1913, 1914), annak cseppfolyós jellegét csak 1926-ban mutatta ki szeizmológiai megfigyelési adatok alapján Jeffreys (Jeffreys 1926). 1936-ban Inge Lehmann szeizmogramok vizsgálata alapján felfedezte a Föld szilárd belső magját (Lehmann 1936). Így Keith Edward Bullen (1906-1976) földmodelljei már Beno Gutenberg (1959) vagy Harold Jeffreys megbízható út-idő görbéire épülhettek (Bullen 1950, 1955) melyek már nagyjából hasonlóak voltak a mai elképzelésünkhöz a Föld szerkezetéről (Bullen 1969, Dziewonski és Anderson 1981, Kustowski et al. 2008). Bullen érdeme, hogy kimutatta a felső és az alsó köpenyt elválasztó, anomálikus tulajdonságokat mutató, átmeneti réteg létezését. Megjegyzendő, hogy a földmag folyadék jellegét azonban csak az 1960-as években lehetett teljesen egyértelműen igazolni a cseppfolyós mag földárapályban megfigyelt rezonanciája alapján (Jeffreys és Vicente 1957, Molodensky és Kramer 1961).



11. ábra. Auguszt Schmidt trifiláris (bifilárisnak is nevezett) gravimétere (Schmidt 1898)

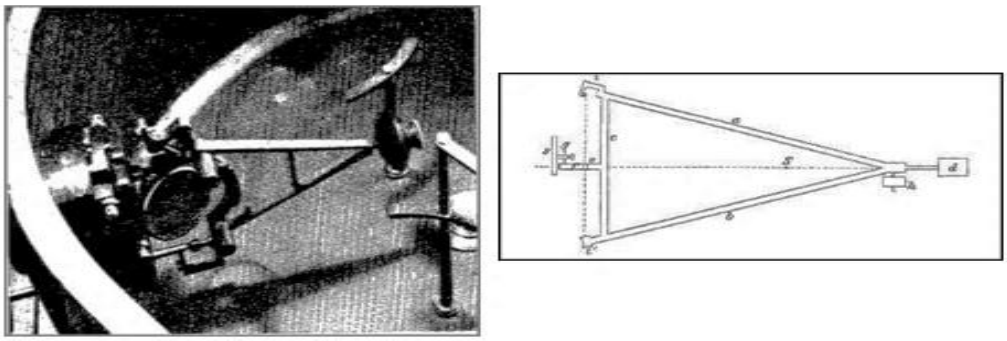
[4] A nagy sűrűségű mag létezését már Gutenberg előtt is feltételezték, de annak méretét és átlagos sűrűségét, szeizmológiai adatok nem lévén, csak közelítőleg lehetett meghatározni. Radau R. (1885) (1835-1911) szerint a köpeny és a földmag átlagos sűrűsége 2.7 g/cm^3 és 7.5 g/cm^3 míg a mag relatív sugara (mag sugár/átlagos föld sugár) 0.844. Ugyanezek az adatok Wiechert E. (1897) (1861-1928) szerint 3.2g/cm^3 , 8.2g/cm^3 és 0.779. A jelenlegi a relatív földsugárra vonatkozó adat 0.545. A XIX. századi szerzőknek a nagy sűrűségű mag létezésére vonatkozó felismerése nagy fontossággal bírt, de annak méretét jelentősen túlbecsülték.

Az első gravitációs célú méréseket kőzet sűrűség meghatározási céllal Pierre Bouguer (1698-1758) és Charles Marie de La Condamine (1701-1774) végezték az 1735-1745. évi fokmérés expedició során Peruban egy 28 hüvelykes (71 centiméteres) ingával. Az 1770-es években Maskelyne angol királyi csillagász a skóciai Schiehallion hegy esetében alkalmazta Bouguer eljárását (Bullen 1975). A gravitációs mérések statikus úton történő végzésére szolgáló korai elképzelések az 1860-as évek elejéhez köthetőek (Herschel 1881) Az első, a földrengés hullámok vertikális komponensének regisztrálására is alkalmas, úgynevezett trifiláris gravimétert Auguszt Schmidt (1840-1929) építette (11. ábra) (Schmidt 1898). Trifiláris gravimétere, melyet későbbi szerzők bifilárisnak is neveztek és melyhez egy fotóregisztráló egység is tartozott a XX. század legelején került felállításra Hohenheimben (Stuttgart) (Ichinohe 1955). Scmidt műszerében a rugóra felfüggesztett tömeg vertikális elmozdulása a megfelelően megválasztott felfüggesztésnek köszönhetően elfordulással járt, ami lehetővé tette a gravitációs változást szögmérés segítségével nyomon követni. Ezt a műszert használta Schweydar (1914) az első gravitációs árapály megfigyeléshez. Az általa meghatározott amplitúdóhányados értéke 1.20 volt. Tulajdonképpen ezt a műszert fejlesztették tovább Rudolf Tomaschek (1895-1966) és W. Schaffernicht bifiláris graviméterükben (1932). Az első terepi mérésekre is alkalmas gravimétert az 1910-es években Ising készítette Svédországban (Ising 1930). De az első megfelelő érzékenységű (0.1-0.05 miligal=(1-0.5)x10^{-4} cm/s^2 gravitációs tér változást detektálni képes) műszerek csak az 1930-as évek elején jelentek meg (Bernabini és Orlando 2006). Ezek már elvileg a gravitációs árapály regisztrálására is alkalmasak voltak (Tomaschek és Schaffernicht 1932, Nörgard 1933, Graf 1938, Haalck 1938). A graviméterek első terepi alkalmazására 1931-ben került sor (Mott-Smith 1940) (12. ábra). A harmincas évek végén 80-90 graviméter volt alkalmazásban világszerte. Különösen nagy szerepet kapott Lacoste 1932-ben megépített hosszú periódusú szeizmográfja (LaCoste 1934, 1935) és ennek a II. világháború után kifejlesztett gravitációs mérésekre alkalmas változata, köztük a mechanikus visszacsatolással (feedback) ellátott árapály regisztráló változat (Clarkson és LaCoste 1956). A 20. század 50-es 70-es évei során a gravitációs tér árapály jellegű változásainak megfigyelésére széleskörű használatban voltak az Anton Graf által kifejlesztett és az Askania cég által gyártott és fokozatosan fejlesztett (GS1-GS 15) lineáris graviméterek.



12. ábra. Mott-Smith graviméter (1940)

A földárapály vízszintes összetevőinek meghatározását szolgálják a XIX. század második felétől kezdődően kifejlesztett horizontális ingák.



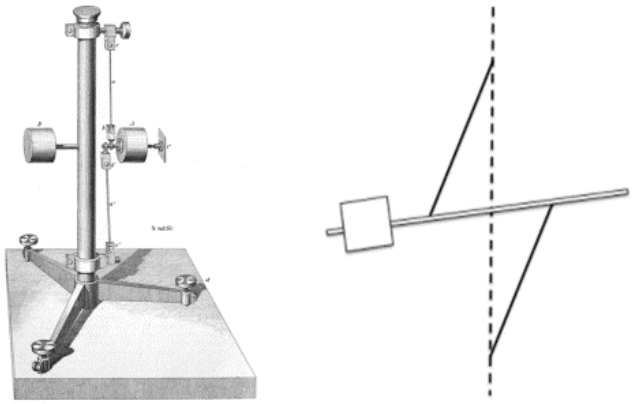
13. ábra. Rebeur-Paschwitz egy komponenses műszerének, az úgynevezett „kertkapu” horizontális ingának fényképe (Fréchet és Rivera 2012) és elvi rajza

Ernst von Rebeur-Paschwitz (1861–1895) 1888-ban elkészült (Rebeur-Paschwitz 1892) műszere (13. ábra), mely jelentős szerepet játszott a szeizmológia történetében és mellyel először sikerült a földárapályt műszeres megfigyelése is. Ez a műszer a földárapály megfigyelések terén még nem volt eléggé sikeres. Ennek oka elsősorban a két forgási pontra támaszkodó inga (ú.n. „kertkapu inga) nem megfelelő érzékenysége és stabilitása volt. Rebeur-Paschwitz érdeme viszont, hogy először használt horizontális ingát a Föld megfigyelésére, mely már elvileg képes volt az ezred ívmásodpercnyi jelek detektálására és ugyancsak úttörő volt abban is, hogy műszerét foto regisztráló egységgel hozta kapcsolatba. A műszert Reinhold Ehlert (1871-1899) fejlesztette tovább. Rebeur-Paschwitz-tól eltérően az ő megnövelt tömegű műszer talapzatára nem egy, hanem három „kertkapu” inga került (Ehlert 1898).



14. ábra. Hecker horizontális ingája (Universität Karlsruhe, Geodätisches Institut műszer gyűjteménye)

Az első jó minőségű földárapály megfigyelésre alkalmas horizontális ingát Oskar E. és A. Hecker (1864-1938) készítette el (14. ábra). Műszerében csökkentette a műszer légnyomás függőségét és a „kertkapu inga” alátámasztási pontjaiban az inga mozgás miatt jelentkező kopások hatását. Ezek a fejlesztések lehetővé tették számára az árapály okozta felszín dőlések ≤ 0.001 arcs pontosságú megfigyelését. Méréseit 1902 és 1914 között elsősorban Potsdamban (Telegrafenberg) végezte egy 26 méter mélyen lévő galériában (Hecker 1911). Az első világháború előtt Potsdamban Schweydar (1912) is végzett megfigyeléseket horizontális ingával, aki műszerében a nagyobb regisztrálási pontosságot biztosító Zöllner által 1869-ben leírt szálfelfüggesztésű horizontális ingát használta (15. ábra).



15.ábra. Zöllner horizontális ingája (Zöllner 1869) (Fréchet és Rivera 2012) és annak elvi rajza

Oroszországban a Rebeur-Paschwitztól kapott műszerrel I. E. Kortazzi (1872-1903) a Nikolaevi Tengerészeti Obszervatórium igazgatója 1892-től végzett árapály megfigyeléseket (Kortazzi 1895). Ugyancsak az akkori Oroszországban A.Y. Orlov (1880-1954) 1909-től Yuryevben (a mai Tartuban) majd 1912-től a szibériai Tomszkban folytatott megfigyeléseket, aki az általa készített műszerben már a Zöllner-féle felfüggesztést használta. Ez utóbbi helyen hosszú, több éves, regisztrálási sorozatot sikerült készítenie, melyet az első világháború utáni években V. K. Abold és Z. N. Akszentjeva dolgozták fel (Orlov 1910, Akszentjeva 1951).

Az első világháború előtt végzett horizontális földárapály megfigyelések eredményeit 4. táblázat tartalmazza.

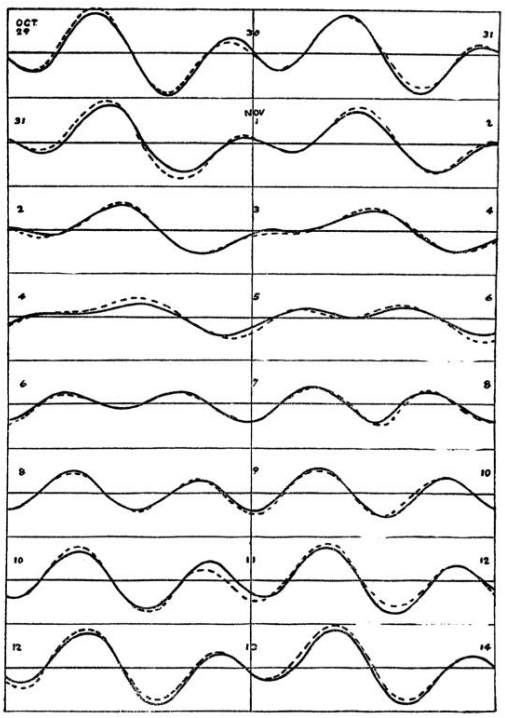
4. táblázat. A horizontális árapály megfigyelések eredményei az első világháború előtt ($\boldsymbol{\gamma}$ és $\boldsymbol{\kappa}$ a megfigyelt és a számított árapály amplitúdóinak hányadosa, illetve fáziskülönbsége)

Szerző		γ	κ
Rebeur-Paschwitz (1892)		0.362	7°30’
Kortazzi (1895)		0.608	0°
Ehlert (1898)		0.448	12.1°
Schweydar (1912)		0.338	-8°31’
Hecker (1912)	N-S	0.643	-11,9°
	E-W	0.259	-7.0°
Orlov (1910)	N-S	0.412	0.8°
	E-W	0.326	3.2°
Shida (1912)		0.780	
Michelson (1914)	N-S	0.523	
Gale (1914)	E-W	0.710	

A.A. Michelson (1852-1931) Nobel díjas fizikus a Chichagoi Egyetem professzora 1913-ban munkatársával H. G. Gale (1874-1942) asztrofizikussal egy K-Ny-i irányú 150 méter hosszú vízszintes, 190 cm mélyen a földbe ásott folyadékkal félig feltöltött 15 cm átmérőjű lezárt cső két végén figyelték meg a földárapály okozta dőléseket a Michelson által kifejlesztett interferométerrel. Nem sokkal később egy É-D irányú hasonlóhosszúságú berendezést is építettek. A mért és a számított elméleti értékek aránya (16. ábra) $\gamma \approx 0.7$ lett. Ugyanakkor az is nyilvánvalóvá vált, hogy ez a horizontális árapály É-D-i és K-Ny-i komponenseinek értéke eltérő ($\gamma_{\text{É-D}}$=0.523; $\gamma_{\text{K-Ny}}$=0.710) (Michelson és Gale 1914). Hasonló kísérleteket folytattak Norvégiában 1934-től Egedal és Fjelstadt (1937). Ezeknek a megfigyelő eszközöknek előnye, hogy jellegüknél fogva mentesek a rövid periódusú zajokra nem

érzékenyek, de ugyanakkor a hőmérsékletváltozások hatásának fokozottan kitettek (Mentes 1999). Három típusuk terjedt el: folyadékkal teljesen feltöltött közlekedő edény, melynek két végén a folyadékoszlop magassága megegyező, a már említett Michelson-Gale kísérlet folyadékkal nem teljesen feltöltött közlekedő edény, illetve a megfigyelő eszköz közepén érzékelővel ellátott megoldás. A Michelson féle megoldást választották a Pinon Flats Observatory 535 méter hosszúságú dőlésmérője esetében (Bilham et al. 1983). Hasonló berendezés létesült egy finnországi mészkőbányában, Lohjában, ahol egy 177 méter hosszú dőlésmérő épült 166 méteres mélységben (Kääriäinen 1983), valamint Esashi földárapály megfigyelőállomáson Japánban, ahol két komponenses 36-36 méter hosszúságú műszer került megépítésre (míg egy harmadik a hitelesítés céljaira szolgált) (Sato et al. 1983).

Heckernek is, Schweidarnak is feltűnt ez az eltérés, amit ők Michelsonhoz és Galehoz hasonlóan, a tengeri árapály hatásának tulajdonítottak. Mind Michelson és Gale, mind Hecker mérési eredményeiből az adódott, hogy a Föld nyírási modulusa $1.76 \cdot 10^{12}$ cgs egység, azaz 176 GPa, ami körülbelül kétszerese az acélénak (Gutenberg 1959). Így Kelvin elméleti feltételezése (lásd 3.4 fejezet) műszeres megfigyelések alapján igazolódott, megválaszolásra került a Föld átlagos nyírási modulusának kérdése.



16. ábra. A Yerkes obszervatóriumban (Wisconsin, USA) megfigyelt földárapály K-Ny irányú komponense (Gale 1914). Szaggatott vonal a megfigyelt adatok, a folytonos vonal számított adatok alapján készült. Az elméleti földárapály értékeket F. R. Moulton (1872-1952) csillagász professzor (Chicagoi Egyetem) számította. Az ötlet A. A. Michelsontól (1852-1931) származik. A megfigyeléseket H.G. Gale (1874-1942) irányította és jelentős részben személyesen végezte

Schweidar korábban megkezdett horizontális inga megfigyelései folytatásaként Freiburg mellett 189 méteres mélységben végzett megfigyeléseket. Eredményeit már a fő árapályhullámokra történt felbontásban adta meg. A K-Ny komponensre kapott átlagértékei 0.637 a fél- és 0.799 az egésznapos hullámok esetében. Az É-D-i komponensre kapott értékek bizonytalanok (Schweidar 1916). A Poltavában (Ukrajna) alapított Gravimetriai Obszervatórium igazgatójának, Z.N. Aksentievának irányításával 1930 és 1941 között a Bajkál-tó szintingadozásait figyelték meg a földárapály vízszintes komponensének meghatározása céljából. Eredményük a félnapos hullámok esetében 0.72 volt. Ugyanitt Sterneck 1931-ben 0.74, míg Grace 1926-ban 0.54 értéket határoztak meg (Grace 1931). Egedal és Fjelstadt (1937) 1934-től kezdődően Michelson és Gale (1919) eljárásához hasonló módon végzett

megfigyeléseik alapján az M_2 félnapos hullám esetében 0.58, az O_1 és K_1 egésznapos hullámok esetében 0.75 és 0.60 amplitúdó hányados értékeket határoztak meg. 1930 és 1941 között Pribramban (Csehszlovákia), 1000 méteres mélységben, horizontális inga megfigyelések folytak. A megfigyelési adatait Picha és Skalský dolgozták fel (1963).

Az első földárapállyal foglalkozó nemzetközi rendezvény talán a Nemzetközi Szeizmológiai Társaság (ISA) Manchesterben 1911-ben megtartott konferenciájának keretében jött létre (Kövesligethy 1912) többek között Darwin, Love és Hecker részvételével. A megbeszélés az ÉD és a KNy irányú földárapály megfigyelések eltérő eredményeinek lehetséges okáról folyt. Love az óceáni terhelés közvetett hatásával magyarázta a jelenséget. Az ISA keretében egy külön bizottságot hoztak létre a földárapállyal kapcsolatos kérdések vizsgálatára O. Hecker vezetésével, aki G. Gerland 1910-es nyugdíjba vonulása után az ISA strasbourgi központi irodájának igazgatója lett. A két világháború között a földárapállyal kapcsolatos kutatások a Nemzetközi Geodéziai Szövetség (IAG) keretein belül működtek. A földárapály kutatások helyzetéről az egyes IAG Kongresszusok részére Lambert W.D. (1879-1968) az U.S. Coast and Geodetic Survey neves matematikusa és geodéziai szakértője az IAG alelnöke (1939-1946) majd elnöke (1946-1951) készített beszámolókat az ezen a területen elért eredményekről (Rapport sur les marees de l'ecore terrestre, IAG Rapport Generaux a 2—10 Assamblee Generale de l' UGGI). Ezek a beszámolók értékes történeti, tudománytörténeti adatokat tartalmaznak.

3.6 Az 1957-1958 évi Nemzetközi Geofizikai Év utáni időszak



Walter D. LAMBERT
(1879-1968)
matematikus, „Tides of the Earth crust"IAG jelentéstevő 1922-1946, IAG alelnök (1939-1946), IAG ideiglenes elnök (1946-1948), IAG elnök (1948-1951),
IAG tiszteletbeli elnök(1951)



Paul MELCHIOR
(1925—2004)
csillagász, Nemzeközi Geodéziai és Geofizikai Unió főtitkár (1973-1991), Nemzetközi Földárapály Központ igazgató (1957- 1995)



Rudolf TOMASCHEK
(1895-1966)
fizikus, az Állandó Földárapály Bizottság első elnöke(1957-1963)

Pierre Tardi (1897-1972) az IAG 1946 és 1960 közötti főtitkára 1956-ban az időben változó geofizikai folyamatok vizsgálatával foglalkozó munkacsoport létrehozását kezdeményezte. Ennek tagjai Lambert W.D, Boulanger Y. D. (1911-1997) és Melchior P. (1925-2004) lettek. A munkacsoport tevékenységének és az 1957. július 1. és 1958. december 31 között megrendezésre került Nemzetközi Geofizikai Év eseményeinek köszönhetően a földárapály kutatás szervezettsége jelentős fejlődésen ment keresztül. A földárapállyal foglalkozó tevékenység a Nemzetközi Geofizikai Év XIII. munkacsoportján belül folyt. A Commission pour l'etude des Marées Terrestres (Földárapály Bizottság) 1956-nan megkezdte a Bulletin d'Information des Marées Terrestres (BIM) kiadvány rendszeres megjelentetését. Az International Association of Geodesy (IAG) főtitkárának kezdeményezésére 1957-ben megalakult Permanent Commission for Earth Tides (Földárapály Állandó Bizottság) és létrejött az International Centre for Earth Tides (ICET) (Nemzetközi Földárapály Központ) megfigyelési

tevékenység irányítása és az adatfeldolgozás elősegítése érdekében. Az ICET, melynek egészen 2007-ig a Royal Observatoire Belgique (ROB) biztosította a működéséhez szükséges feltételeket Paul Melchior (1925-2004) vezetése alatt. A Földárapály Állandó Bizottság 1957-től rendszeresen megszervezte a Nemzetközi Földárapály Kongresszusokat. Ezt a tevékenységet az ICET tevékenységét folytató IGETS (International Geodynamics and Earth Tide Service) vette át 1997-től. E sorok írásáig ilyen rendezvényre 19 alkalommal került sor (1957, Brüsszel; 1958, München; 1960, Trieszt; 1961, Brüsszel; 1964, Brüsszel; 1969, Strasbourg; 1973, Sopron; 1977, Bonn; 1981, New York; 1985, Madrid; 1989, Helsinki; 1993, Peking; 1997, Brüsszel; 2000, Mizusawa; 2004, Ottawa; 2008, Jéna; 2013, Varsó; 2016, Trieszt; 2021, Wuhan).

Bár a rugalmas Föld, illetve a cseppfolyós maggal bíró Föld deformációját leíró elméletek már korábbról ismertek voltak (Hough 1895, Sludsky 1895, Poincare 1910, Hoskins 1920, Stoneley 1926 és 1927, Jeffreys 1926) a földárapály okozta deformációk elméleti úton történő számításához szükség volt azokra a földmodellekre, melyeket Bullen 1950-től kezdődően Gutenberg (1953) és Jeffreys (1952, 1959) sebesség modelljeire alapozva megalkotott (Bullen 1950, 1955) (Bullen A jelű modelljében a felső és az alsó köpeny közötti átmeneti zóna 400 és 900 km mélységhatárok közötti, míg a B modell esetében ennek a zónának felső határa 200 km mélységben található és a földmag tartalmazza az Inge Lehmann által felfedezett belső magot is . Megjegyzendő, hogy a PREM modell esetében ennek az átmeneti zónának mélységhatárai 220 és 670 km közöttiek (Dziewonski és Anderson 1981)).

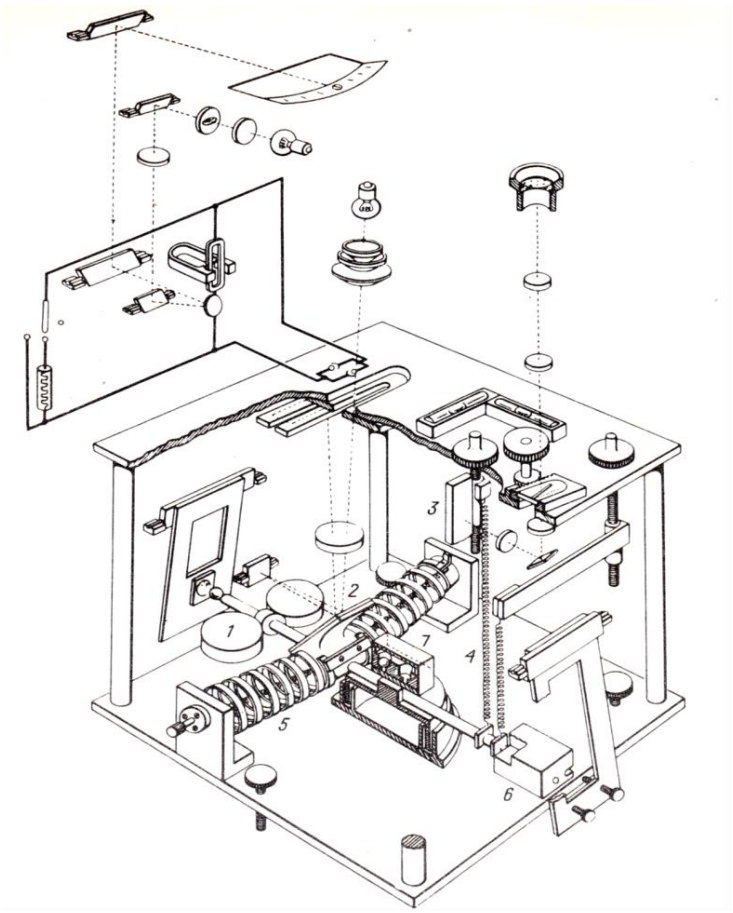
Ezekre a modellekre támaszkodva lényeges lépést tett Takeuchi (1950) mikor egy radiálisan inhomogén cseppfolyós maggal bíró Föld árapály okozta deformációját leíró elméletét megalkotta és erre alapozva számította az elméleti földmodellhez tartozó Love-Shida számok értékeit. Elődeitől eltérően az ő elmélete már nem követelte meg a Föld anyagának összenyomhatatlanságát. Molodensky (1953) összesen 16 különböző földmodellt vizsgált annak érdekében, hogy tisztázza, hogy milyen mértékben függ a rugalmas Föld árapály deformációja annak belső szerkezetétől. Mindkét iménti említett szerző Love „A treatise on the mathematical theory of elasticity” című (1892) dolgozatát és az ott bevezetett jelölésrendszert használta. Hasonló a tárgya és matematikai eszköztára Alterman, Jarosh és Pekeris (1959) dolgozatának is akik Bullen földmodelljének felhasználásával határozták meg a Love-Shida számok elméleti értékeit. Az említett szerzők és az őt követők egyaránt elméleteiket olyan differenciál egyenletrendszerekre támaszkodva alkották meg, mely a rugalmasságtan és a Poisson egyenletre épültek. Fontos megemlíteni, hogy ezekhez hasonló egyenletek szolgálnak a Föld sajátrezgéseinek meghatározásához is (Alterman et al. 1959, Takeuchi és Saito 1961, Molodensky 1976, 1989). Dehant (1987) és Dehant és Zschhau (1989) elméleti számításaik alapján számították ki, hogy milyen mértékben hat a köpeny rugalmatlansága a földárapály megfigyelések eredményére.

Molodensky és Kramer (1980) elméleti modellekre építve vizsgálták, hogy a gravitációs földárapály megfigyelések eredményeit milyen mértékben befolyásolhatják a köpenyben feltételezett jelentős laterális inhomogenitások. Wahr (1981) elméleti modellszámítása kimutatta, hogy a földárapály megfigyelések eredményeinek a Föld lapultsága következtében függeniük kell a földrajzi szélességtől.

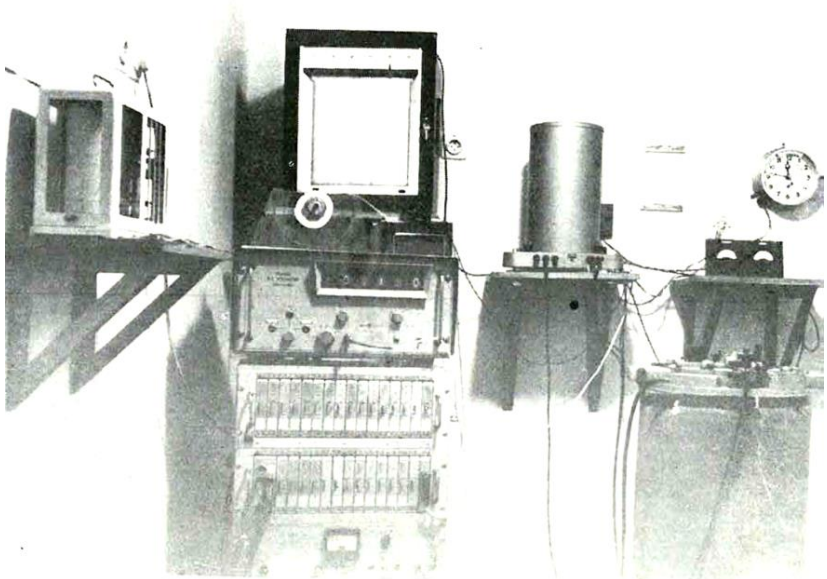
Hough (1895), Sludsky (1895) és Poincaré (1910) munkáiból ismeretes, hogy ha Föld magja cseppfolyós és lapult, akkor inercia tengelye a naphosszhoz közeli elliptikus mozgást végez a forgástengely körül. Ennek periódusa függ a föld szerkezetétől. Ennek a nutációs mozgásnak az amplitúdója kicsi és hosszú ideig az a vélemény uralkodott, hogy kimutatásukra nincsen mód. Pedig az inercia tengely e mozgásának kimutatása nagy fontossággal bír, mert ez lehet a döntő bizonyíték a mag cseppfolyós jellegére vonatkozóan. Vicente és Jeffreys (1957), valamint Molodensky (1961) és Molodensky és Kramer (1961) elméleti úton kapott eredményei megmutatták, hogy ez a jelenség a földárapály megfigyelések segítségével műszeres megfigyelések alapján kimutatható mivel a jelenség frekvencia függő, az egésznapos hullámok frekvenciáihoz tartozó amplitúdó nem egyformán függenek az árapály keltette erőhatásoktól.

A földárapály kutatás műszereinek fő osztályai: graviméterek, dőlésmérők, strainméterek (extenzométerek). Az ezekbe az osztályokba tartozó műszerek közül kerül néhány rövid ismertetésre a teljesség igénye nélkül.

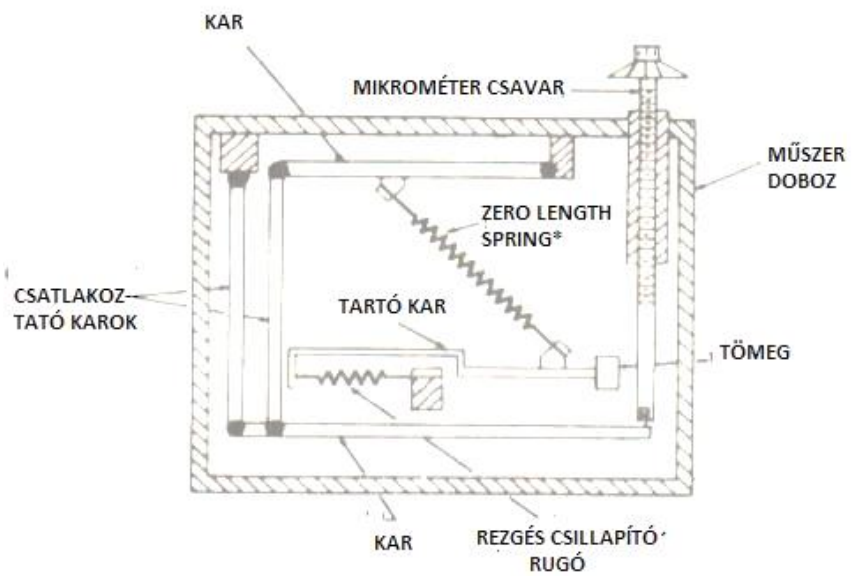
A földárapály megfigyelésére alkalmas regisztráló graviméterek az 1950-es évek elején jelentek meg. A megfigyeléseknek ebben a korai időszakában Lecolazet (1957, 1959) Strasbourgban és Brein (1961, 1970) Frankfurtban végzett graviméteres árapály megfigyelései kiemelkedtek pontosságukkal. Mindkét esetben egy sorozatban gyártott asztatikus (nem lineáris) műszer (North American) továbbfejlesztett változatával történtek a mérések. Az Európában, különösen az 1957-1958. évi Nemzetközi Geofizikai Év alatt és után az 1980-as évek közepéig, legelterjedtebb árapály megfigyelésre alkalmas műszerek az Askania Werke AG által gyártott GS (Geophysik Scwere) (GS-9, GS-11, GS-12 és GS-15) jelűek voltak (17. és 18. ábra). Elterjedésük fontos szempontja volt, hogy rugórendszerüknek köszönhetően lineárisak voltak. Megalkotásuk, hasonlóan az Askania cég másik két hírneves műszeréhez, a tengeri graviméterhez és a fúrólyuk dőlésmérőhöz Anton Graf (1900-1981), a Müncheni Műegyetem professzorának nevéhez kötődik. Graf első gravimétere még az 1930-as években elkészült, de széleskörű felhasználásra az Askania által gyártott regisztráló műszerei kerültek. Az 1953-ban modernnek számító GS-9 graviméter műszerjárása 0.003 miligal/óra, linearitása, belső, abszolút hitelesítést biztosító, egysége már alkalmassá tették a műszert a gravitációs árapály regisztrálására. A GS-11, GS-12 és GS-15 jelű modellek előnye a megbízhatóbb jellevételben rejlett és jobb termosztatikus védelemnek köszönhetően a GS-9-nél jobbak voltak (Graf 1954, 1967). Az 1960 és 1980 közötti időszakban számos obszervatóriumban kerültek felhasználásra. Az Askania és különösen a GS-15 jelű modellekkel kapott alapos felügyelet mellett folyó hosszú, sokéves sorozatok eredményeinek megbízhatósága nem marad el a napjainkban használt modernebb műszerekétől.



17. ábra. Askania GS-11 graviméter (1- légnyomás változások hatását kompenzáló egység, 2-tükör, 3-mikrométer skála, 4-mérő rugó, 5- fő rugó, 6- tömeg, 7-kalibráló egység) Die Askania-Gravimeter. Askania-Werke AG, Berlin—Friedenau 1958. (Graf 1957, Melchior 1971)



18. ábra. Analóg és digitális adatrögzítéssel ellátott Askania GS-11 árapály regisztráló graviméter az ELGI tihanyi obszervatóriumában 1970 körül (Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet 1971. évi jelentése)



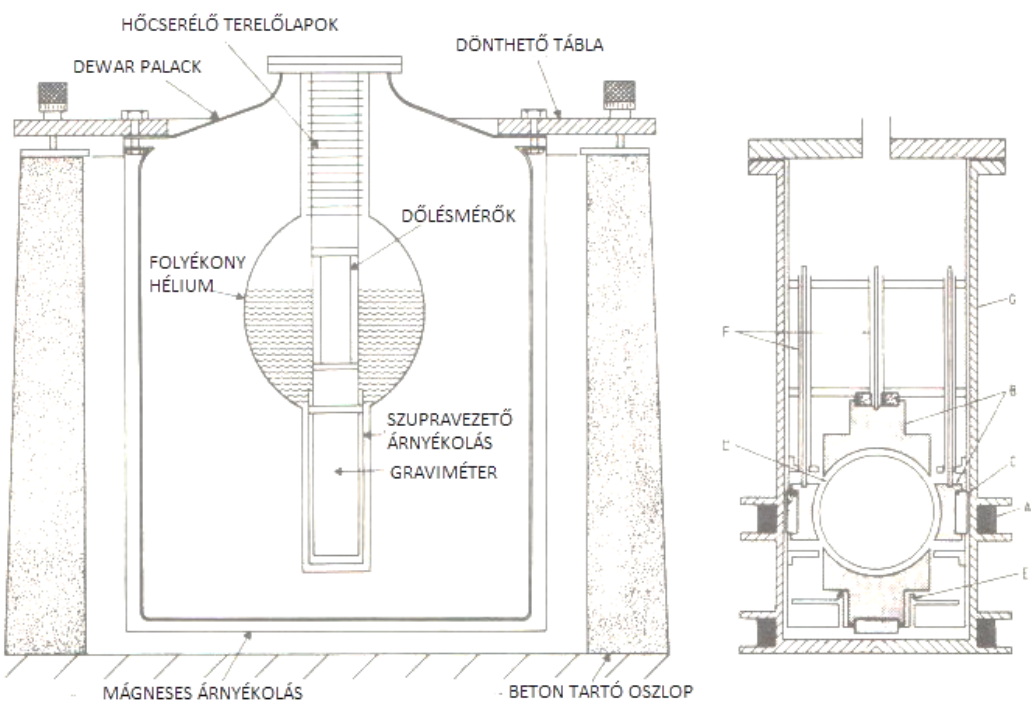
19. ábra. LaCoste – Romberg graviméter (Clarkson és LaCoste 1956)

LaCoste 1932-ben megépített hosszúperiódusú vertikális szeizmográfjában fantáziát látott egyetemi főnöke Romberg A, akinek javaslatára a negyvenes években közös vállalatot hoztak létre terepi graviméterek gyártására (19. ábra). Ezeknek a műszereknek egyik továbbfejlesztett változata lett a LaCoste-Romberg ET (ET-earth tide) földárapály graviméter, melyet előbb mechanikus, majd később elektronikus visszacsatoló egységgel láttak el. Ez a visszacsatoló egység lehetővé tette, hogy a műszer karon lévő tömeg ne mozduljon ki nyugalmi helyzetéből és így kiküszöbölhetővé vált LaCoste eredeti

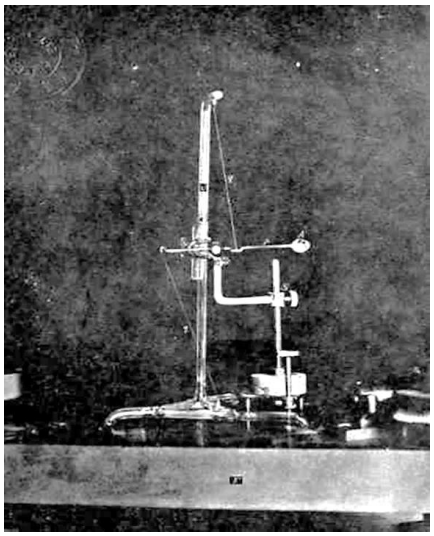
ötletének non-linearitása és a graviméterek alkalmassá váltak időben változó gravitációs jelenségek regisztrálására. 1 microgalos változásokat tudott nyomon követni. Az új LaCosta- Romberg ET méterek az 1950-es évek közepén készültek el, illetve kezdték meg velük a rendszeres megfigyeléseket (Clarkson és LaCoste 1956, 1957). Az ET méterek üzemszerű működésének megkezdődése nagyon szerencsés körülményt jelentett a szeizmológia számára is, mert a hamarosan bekövetkező hatalmas chilei földrengés (1960. május, M9.5) által keltett szabadrezgések (free oscillations) szferoidális összetevőinek nagypontosságú regisztrálása történhetett meg. A földrengést követő 4.6 nap folyamán öt percenként rögzítette a műszer a nehézségi gyorsulásban bekövetkező változásokat 0.1 microgal leolvasási pontosság mellett a Kaliforniai Egyetem Geofizikai Intézetében (Ness et al. 1961). A műszer járása az előzőekben ismertetettekhez képest kicsi volt és még szélsőséges körülmények között is megbízhatóan viselkedett. Erre jó példának tűnik a vele a Déli Sark közvetlen közelében végzett földárapályt is rögzítő megfigyelések (Slichter et al. 1979).

A szupravezető gravimétert (20. ábra) (superconducting gravimeter, SG) először. Prothero és Goodkind (1968) vezették be Prothero doktori értekezése alapján (1967) mely a műszer részletes leírását tartalmazza. Az SG új lehetőségeket biztosított a geofizikai műszerezettségben. 1970-ben R.J. Wartburton Goodkind doktorandusza lett és ez az együttműködés eredményezte az SG-k piaci termékké lett. Prothero és Goodkind (1972) publikáltak először egy négyhónapos szupravezető graviméterrel regisztrált földárapály adatsort és sikeresen zárták ki a megfigyelt adatsorból az óceáni árapály és a légnyomás (Warburton és Goodkind 1976) hatását. A cseppfolyós mag keltette rezonanciát egy másfél éves adatsorból 1978-ban sikerült először megfigyelni (Warburton és Goodkind 1978).

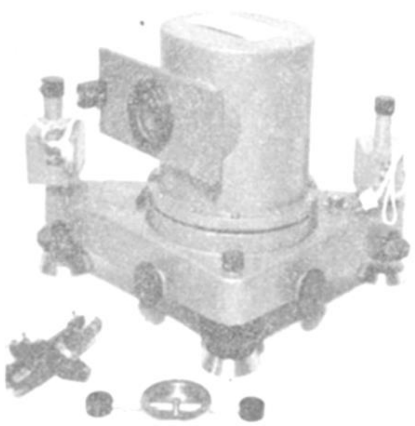
A földárapály vízszintes összetevőinek megfigyelésére szolgáló horizontális ingáknak számos változata jelent meg a Nemzetközi Geofizikai Év idején, vagy közvetlenül az azt követő években (Verbaandert és Melchior 1960, Ostrovskii 1961, Ellenberger 1954, Blum et al. 1959). Az első kvarc dőlésmérőt ennél az időpontnál korábban, 1927-ben, Ishimoto M. japán szeizmológus készítette (Ishimoto 1927) (21. ábra). Hasonlóan kvarc volt az anyaga a Blum által készített dőlésmérőnek is.



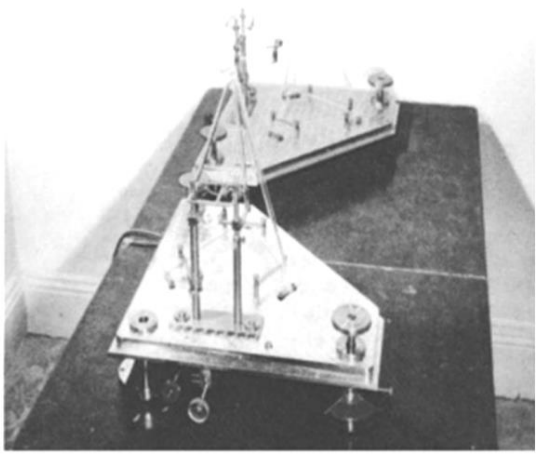
20. ábra. Szupravezető graviméter. A baloldali kép a graviméter egészét mutatja, a jobboldali a folyékony héliumba merített részt (A- tekercs, B- kapacitív érzékelő lemeze, C- kvarc szigetelés, D- golyó, E – fluxus érzékelő hurok, F- kapacitív érzékelő vezetéke, G- vakum edény) (Melchior 1983)



21. ábra. Ishimoto kvarc horizontális ingája (1927)

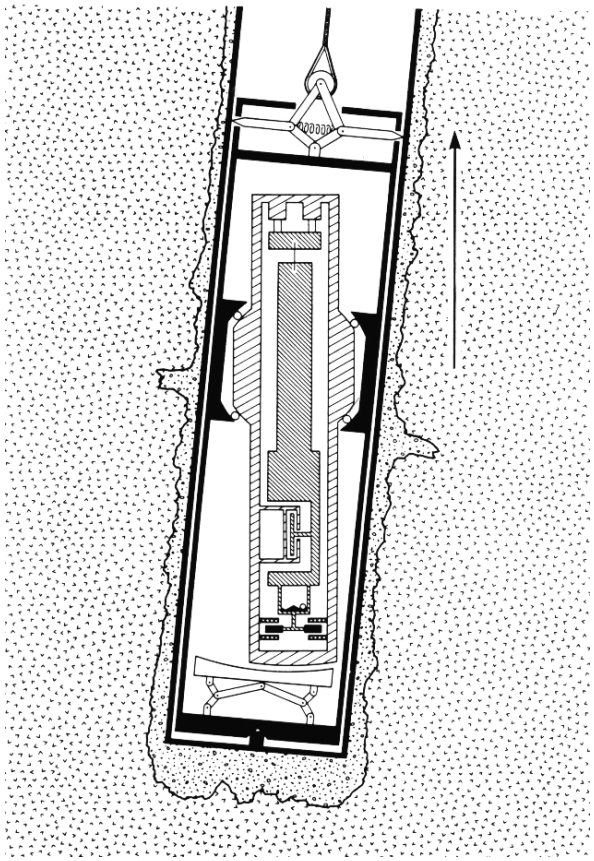


22. ábra. Tomaschek-Ellenberger horizontális inga két távvezérlést biztosító motorral és a hitelesítést szolgáló egységgel ("crapoudine") (Graf 1959)



23. ábra. Verbaandert-Melchior kvarc horizontális inga. A hitelesítés "crapoudine" segítségével történik. (Verbaandert és Melchior 1960)

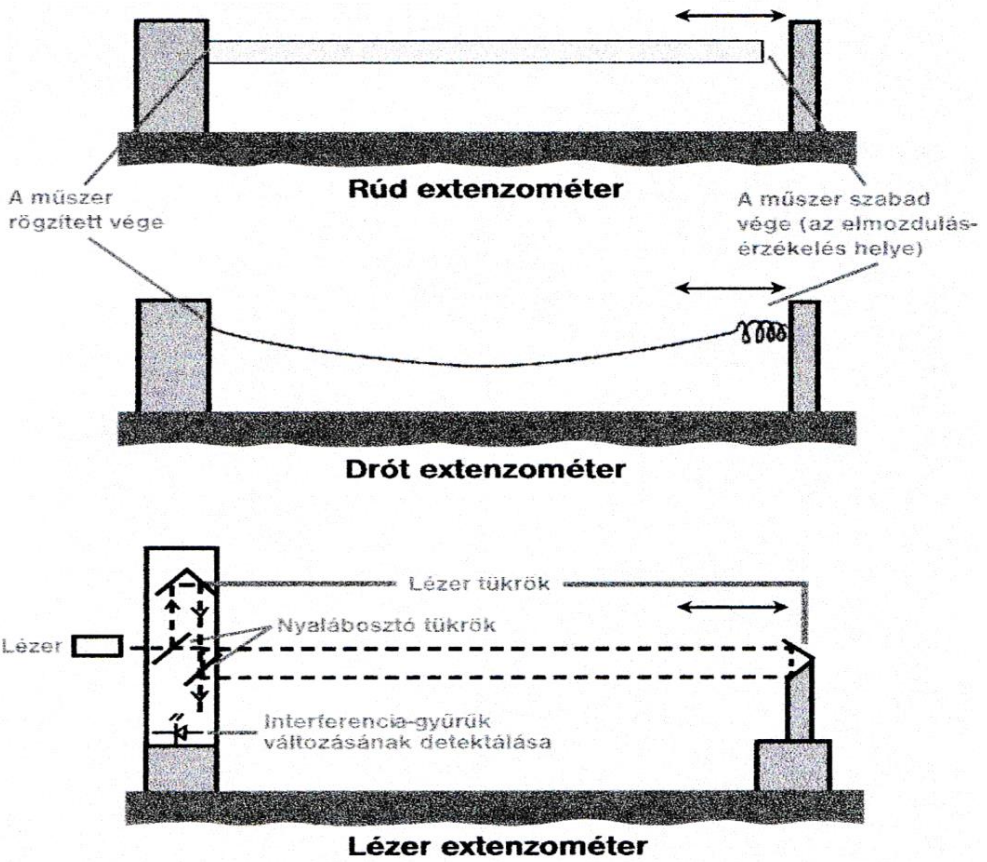
A horizontális ingákkal történő megfigyelések hitelesítésének fontos eszköze a „crapaudine", Ez az inga lábazata alá helyezhető szelence már megjelent az 1950-es évek végén a Münchenben 1952-ben elkészült Tomaschek-Ellenberger ingák esetében (22. ábra) (Graf 1959). A „crapaudine" részletes leírását Verbaandert J. adta meg (1959). Ezekre az előzményekre támaszkodhattak Verbaandert és Melchior sikeres, az 1980-as évek közepéig sok helyen használt dőlésmérőjük megalkotásakor (23. ábra) (Verbaandert, Melchior 1960). Az egykori Szovjetunióban számos helyen végeztek regisztrálást Ostrovskii (1961) fotoelektromos regisztrálással ellátott ingáival. A hatvanas évek második felében terjedtek el az A. Graf által az Askania részére kifejlesztett fúrólyuk dőlésmérők (Graf 1964) (24. ábra). Ezek a műszerek egyaránt jó minőségű adatokat szolgáltattak a Föld saját rezgéseiről, a horizontális földárapályról és a földkéreg hosszú távú dőléseiről (Große-Brauckmann és Rosenbach 1979).



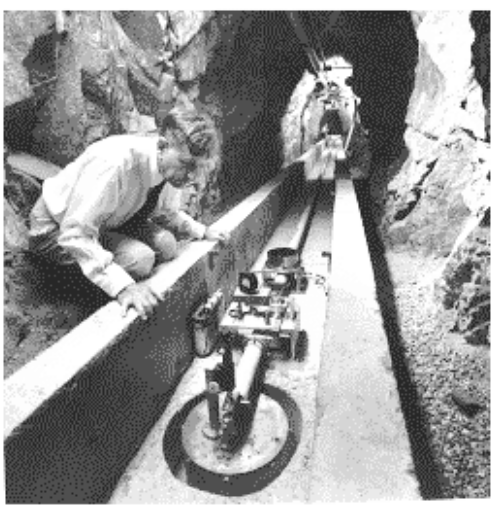
24. ábra. Az Askania furólyuk dőlésmérő (Graf 1964) vázlatos keresztmetszet képe (Agnew 1986)

Először a szeizmológia kutatási céljaival kapcsolatban merült fel, a ma a földárapály megfigyelésére és a földfelszín lineáris deformációinak mérésére is alkalmas strainmétereknek (extenzométereknek) nevezett műszerek iránti igény még a XIX. század végén (Milne 1886). A strainméterek, melyeknek három alapvető típusa terjedt el (25. ábra), széles és lineárisnak tekinthető átviteli tulajdonságuknak köszönhetően egyaránt alkalmasak a hosszúperiódusú földrengéshullámok, az árapály továbbá a több évig tartó helyi - regionális tektonikai folyamatok megfigyelésére. Ehhez járul még jelenleg más geodéziai eszközzel el nem érhető $10^{-9} – 10^{-11}$ relatív pontosságuk. A XIX. század végén Milnének (1886-1888), Oddonenak 1900-ban és Agamennonenak (1902-1903) még nem sikerült elfogadható mérési pontosságot elérnie ezekkel a műszerekkel.

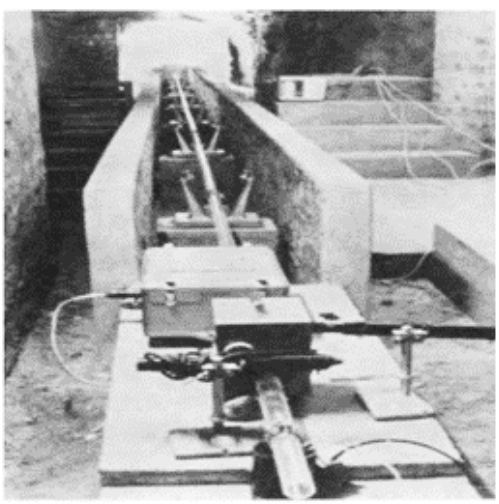
Az első strainmétert, mely hatékony működésre volt képes Benioff építette 1930 előtt. Ezirányú ismertetőit akkoriban a Carnegie Institute (Washington) kiadványaiban közölte az (1929–1930) években megjelent 29. kötettől kezdődően (Benioff 1935). Ezzel a rúd strainméterrel sikerült kimutatnia az 1952. évi kamcsatkai földrengés (M9.0) fundamentális 57 perces szferoidális oszcillációját. Műszerének továbbfejlesztett kvarccsöveket tartalmazó 24 méter hosszú változatával (26. ábra) már lehetővé vált a szferoidális saját rezgések széles spektrumának megfigyelése mellett (Benioff et al. 1961) a földárapály keltette deformációk regisztrálása (Benioff 1959), valamint a lokális tektonikai folyamatok nyomonkövetése (27. és 28. ábrák) (Mentes 2010, 2012). A rúd extensométerek mellett a huzal extenzométerek is széles körben kerültek használatba és az első földárapály deformációs tenzor komponensek is ilyen műszerek segítségével lettek meghatározva (Sassa et al. 1952) (29. ábra). Az 1970-es évek elejétől jelentek meg a lézer strainméterek (Berger és Levine 1974, Berger és Wyatt 1973). Az 1970-es évek közepén már több mint 120 extenzométer állomás működött világszerte (Bilham 1973).



25. ábra. Extenzométer típusok (rúd, drót, lézer) (Varga és Mentes 2016)



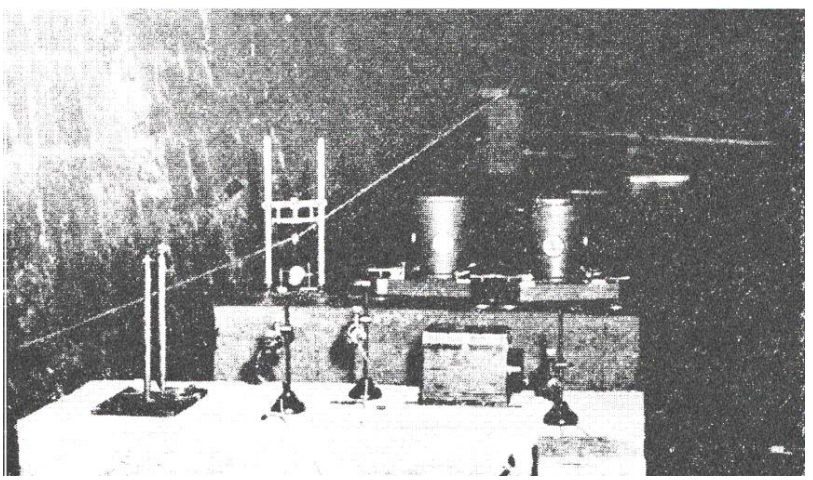
26. ábra. Benioff 1959-ben épített 24 méter hosszúságú kvarc rúd strainmétere. A kalibráló egység Benioff bal keze mellett látható. (Benioff, 1959)



27. ábra. Az 1980-ban épült 21 m hosszú kvarc rúd strainméter a budapesti Mátyás-hegyi barlangban (Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet 1981. évi jelentése)



28. ábra. A Soprobánfalván működő 22m hosszú kvarc rúd extenzométer (Mentes 2010)



29. ábra. Sassa drót strainmétere (Sassa et al. 1952)

A földárapály megfigyelések eredményeinek feldolgozására szolgáló módszerek a számítógépek elterjedésével változtak. Az első ismert számítási eljárás 1882 óta áll rendelkezésre és Darwin nevéhez fűződik. A XX. század közepéig a tengeri árapály analízisére készültek elsősorban feldolgozó eljárások. Ilyenek voltak Doodsoné és Lennoné (Cartwright 2001). A Nemzetközi Geofizikai Év, azaz 1957, előtt és idején rendelkezésre álló módszerek egy része már kimondottan földárapály megfigyelések céljára készültek (Lecolazet 1956, Pertsev 1957) és még a számítógépek általános elterjedése előtt kerültek kifejlesztésre, csak korlátozott hosszúságú, általában egy hónapos, megfigyelési szakaszok manuális feldolgozását tették lehetővé (Melchior 1983). Az első számítógépes felhasználásra kifejlesztett, tetszőleges adathosszúságot kezelni tudó módszer a Venedikov (1966) által kidolgozott eljárás volt. Hosszú ideig ezt használta az ICET is. Ugyancsak a legkisebb négyzetek módszerét alkalmazta Usandivaras és Ducarme (1969), Schuster (1970), Choinicki (1973) és Schüller (1976), továbbá Wenzel ETERNA 3.30 nevű program csomagja is (Wenzel 1996).

A földárapály megfigyelési eszközök és a számítástechnika fejlődése arra késztette a kutatókat, hogy megvizsgálják vannak-e szignifikánsnak mondható laterális, a földszerkezettel kapcsolatba hozható változások a földárapály területi eloszlásában. Ilyen vizsgálatokat végeztek Észak Amerikában

Kuo és szerzőtársai (1970) és a brüsszeli Nemzetközi Földárapály Központ (ICET) kutatói Nyugat Európára vonatkozóan (Melchior et al. 1976) és egy tágabb térség esetében, mely magába foglalta Európát, Kelet Afrikát, Dél Ázsiát, Ausztráliát és Óceániát (Melchior et al. 1981). Hasonló vizsgálatok folytak több más térségben is. Az ezen a téren folyó kutatások eredményeként megállapítható lett, hogy ha a megfigyelési eredményekből kizárásra kerülnek az óceáni árapály földfelszínt deformáló (terhelő) hatásai az elért mérési pontosság mellett nem mutatható ki egyértelműen a Föld szerkezet laterális inhomogenitásából eredő anomália (Melchior és De Becker 1983). Így igazolást nyert Molodensky és Kramer elméleti számításokon alapuló feltételezése (Molodensky és Kramer 1980) miszerint a köpenyben szeizmológiai kutatások alapján feltételezett jelentős laterális inhomogenitások csak kis mértékben befolyásolhatják a gravitációs földárapály megfigyelések eredményeit.

***

Az árapály jelenség megismerésének története nem lehet teljes az árapály szerepének a történelmi eseményekre gyakorolt hatásának rövid ismertetése nélkül. Már említést történt arról, hogy miként zilálta szét Nagy Sándor flottáját az ókori görögök által kevéssé ismert tengeri árapály az Indus deltájában. Julius Caesar Feljegyzéseiben a Gall háborúról (Caesar 1974) a következők olvashatók a rómaiak első sikertelen britanniai partraszállási kísérletéről: „29. véletlenül éppen aznap éjszakára esett holdtölte, mely az óceánon a legnagyobb dagályokat idézi elő. A mieink erről mit sem tudtak. A hullámok egészen elborították a szárazföldre kihúzott hadihajókat. …..Számos hajó szétroncsolódott….Nem csoda, hogy ha a hadsereg körében nagy fejetlenség lett úrrá: más hajók melyeken visszautazhattak volna (t.i, Galliába) nem álltak rendelkezésükre". Sok évszázaddal később, 1588 nyarán II. Fülöp spanyol király Nagy Armadájának vereségében is szerepet játszott az árapály, nevezetesen az, hogy az országukat védelmező angolok jól, a támadó spanyolok meg alig-alig ismerték az Atlanti óceán és különösen a LaManche-csatorna árapály viszonyait (Howarth 1981). A bajok már az induláskor kezdődtek mikor a Medina Sidonia herceg parancsnoksága alatt álló flotta az árapály áramlások miatt két napig nem tudott kifutnia a Tejo torkolatából. A legenda szerint, amikor a spanyolok már Angliához értek a Plymouth fokon éppen tekepartiban résztvevő Francis Drake az ellenséges flottát megpillantva állítólag azt mondta, hogy „bőven van még időnk befejezni a játszmát, a spanyolokat utána is megverhetjük". Valóban volt bőven idejük az angoloknak. Késő délután lehetett, teljes volt az apály és a hajóknak ilyenkor a kikötői sekély víz nem engedte meg a kifutást a tengerre. És ezt követően, a kezdődő dagály ellenében sem volt erre mód. A dagály és az apály a későbbiekben is fontos meghatározó eleme maradt mindkét flotta mozgási lehetőségeinek. A Nagy Armada vereségével végződő gravelines-i csata alatt spanyol feljegyzések szerint az apály, majd később a dagály egyes hajókat öt mérföldre is elsodort keletre vagy nyugatra.

A XI. században történik először kísérlet a tengeri árapály energiájának felhasználására. Az első árapály meghajtotta malom a velencei lagúnában létesült 1044-ben, majd valamivel később Dover kikötőjében épült hasonló (1066-1086). A következő században több hasonló malom létesül a La Manche-csatorna mindkét oldalán, valamint Cornwallban. A XIII. és a XVI. század között összesen 25 malomról van megbízható adat. Németországban az első árapály hajtotta malom 1220-ban létesült (Endrei 1978). 1326-ban épül meg a St Albans apátság híres órája, mely az idő mellett az égitestek mozgását és az árapály pillanatnyi helyzetét is mutatta (Gunther 1926).

A tengeri árapály energia első modern felhasználására Franciaországban került sor, ahol 1966-ban La Ranche városánál a La Mance partján üzembe helyezték a világ első árapály erőművét (30. ábra). Teljesítmény 500 MW. Az építési költség 20 év alatt térült meg. Azóta mintegy húsz ilyen erőmű létesült a világ legkülönbözőbb részein. Ezek közül a legnagyobb a Dél-Koreában épült és 2009-ben átadott, melynek teljesítménye 1320 MW. Összehasonlításként: a Paksi Atomerőmű kimenő teljesítménye a 2010-es évek közepén 2000 MW volt. Az erőművek egy tengeröblöt vagy tölcsértorkolatot keresztező gát, melybe két irányba működni képes turbinákat szerelnek be. Összehasonlítva a többi tiszta energiaféleséggel (szél- és napenergia) az árapály energia előnye, hogy azoknál időbeli lefolyása kiszámíthatóbb és egyenletes folyamatos üzemelést biztosít. Hátránya: a gát és a beleépített turbinák károsítják a környezet élővilágát, valamint a magas építési költség.



30. ábra. A bretagne-i árapályerőmű a Rance folyón (Dani 7C3 felvétele)

A második világháború során, 1940-ben Franciaország legyőzése után a németek a Seelöve tervet dolgozták ki Nagy Britannia lerohanására. A terv a német flotta és légierő együttes támadására épült. Azonban a német flotta parancsnoka Erich J. A. Raeder nagyadmirális aggályoskodott. Egyrészt attól tartott, hogy nem tud megfelelően ellenállni a német a brit flottának. De a csatornában uralkodó „ármányos" árapályviszonyok is aggasztották. Így csak a H. Göring parancsnoksága alatt álló légierő lendült támadásba és szenvedett vereséget az angoloktól az úgynevezett angliai csatában (Ránki 1973, Messenger 1995).

A normandiai partraszállás során is történtek az árapályhoz kapcsolódó események. A szövetséges expedíciós erők főparancsnoksága a meteorológusokkal és a tengerészeti szakemberek történt egyeztetés után arra a következtetésre jutott, hogy a partraszállás feltételeit biztosító dagályra június 5. és 7. között, vagy több mint három héttel később június 27. és 29. között lehet számítani. A magas dagályra több okból is szüksége volt a szövetségeseknek. Egyrészt a dagály idején a partraszálló katonák a német állásokhoz közelebb értek partot, másrészt alkalmuk volt a németek által kihelyezett akadályok felett a partra szállító hajóknak áthaladniuk (Howarth 1959). A német parancsnokság is a nagy árapállyal jellemezhető napokat tartotta a szövetséges partraszállás valószínű időpontjának. Hogy a part megközelítését nehezítsék az általuk veszélyeztetettnek tartott partszakaszokra olyan akadályokat telepítettek, melyeket a dagály ezekben az időszakokban éppen, hogy csak ellep és így a felettük elhaladó partra szállító hajókat azok megrongálják (31. ábra).



31. ábra. Rommel, a német csapatok parancsnoka, megszemléli a tengerpartra telepített akadályokat

Az akadályok jelentette veszélyt a másik fél is felismerte. Montgomery emlékirataiban (1996) írja, hogy „Az időtájt, június 1. körül (t.i. 1944 június 1. körül) aggódva tanulmányoztuk az időjárás előrejelzéseket. Június elején csak négy nap volt alkalmas az „Overlordra". A németek által a tengerpartra telepített műszaki akadályokkal apály idején, mikor nem voltak víz alatt, kellett megbirkózni. Az ezt követően érkező első partraszálló egységeknek viszont háromórás dagályra volt szükségük, hogy ne sártengeren keresztülgázolva kelljen partot érniük. Fentiek alapján a rohamra legkedvezőbb időpontok június 4-én 5:30, 5-én 6:10, 6-án 6:35, 7-én 7:15 voltak. Természetesen a szövetséges parancsnokságnak más szempontokat is figyelembe kellett vennie. Ahhoz, hogy a haditengerészet és a légierő bombázó tevékenysége érvényesülni tudjon már legalább a hajnali szürkület világosságára volt szükség. Ezt is figyelembe véve esett a választás előbb június 5-re, majd végül június 6-ra esett.

Az árapály szerepet kapott az 1950 és 1953 között vívott koreai háborúban is. Ennek első szakaszában az Egyesült Államok ENSZ haderők keretén belül harcoló egységei a kelet-koreai Incson városánál hajtottak végre partraszállást. Ezen a helyen rendkívül magas a dagály és az apály közti szintkülönbség (hozzávetőleg 10 m). Csak két elképzelhető dátum adódott 1950 őszén a partraszállás végrehajtására (szeptember 15.-17. vagy október 11.). Csak ezekben az időpontokban volt háromórás lehetőség arra, hogy a nagy csapatszállító hajók a part közelébe juthassanak az egyébként mocsaras partszakaszon. A partraszálló erőknek ennyi időt engedélyezett az árapály, hogy biztosítsanak maguknak egy partszakaszt a 250 ezer lakosú Inchon közelében. A sikeresen végrehajtott partraszállás lehetővé tette az ENSZ erők előretörését északi irányba a kínai-koreai határ térségébe (Földi 2006).

4 Földárapály

A következő rész tárgya a szilárd Föld elsősorban a Hold és kisebb részben a Nap árapálykeltő hatása következtében bekövetkező deformációjának vizsgálata (a Nap hatása a Holdénak hozzávetőleg a fele). Az árapály talán az egyetlen olyan geofizikai-geodéziai jelenség, melynek időbeli lefutását előre, nagy pontossággal meg lehet határozni. Ugyanis a földárapály megfigyelések regisztrátumainak részletes spektrális vizsgálata megmutatta, hogy azokban kimutatható az összes olyan csillagászati adatok segítségével előre kiszámítható elemi árapály hullám, melyek amplitúdója meghaladja a megfigyelések zajszintjét és a luniszoláris hatás periódustartományában ezeken kívül más hullám nincs jelen.

A következőkben, a földárapály elméleti kérdéseinek tárgyalása során egy egyszerűsített úgynevezett SNREI (Spherically symmetric Nonrotating Elastic Isotropic) földmodell kerül felhasználásra. Fontos egyszerűsítést jelent az a tény is, hogy az egyszerűsített földmodell óceán és légkör mentes. Ez a közelítő megoldás az esetek legnagyobb részében kielégítően közelíti a reális Föld esetét. A felmerülő eltérések mértékének tárgyalására a földárapállyal foglalkozó rész végén kerül majd sor.

4.1 A Love-Shida számok

Az árapály potenciál (lásd (5) és (7) egyenleteket az „Az árapály fogalma és potenciálja, Laplace képlete" részben) és annak vertikális és meridionális É-D-i, illetve longitudinális K-Ny-i irányú deriváltjainak

$$\Delta g = -\frac{\partial U}{\partial r} \;\; ; \;\; x = -\frac{\partial U}{a \cdot \partial \varphi} \; ; \;\; y = -\frac{\partial U}{a \cdot cos\varphi \cdot \partial \lambda} \tag{25}$$

(ahol a, φ és λ a Föld sugara, a földrajzi szélesség és hosszúság) időbeli változásai csillagászati adatok alapján meghatározhatóak, ha feltételezzük, hogy a luniszoláris hatás a Földet nem deformálja. Bolygónk azonban az árapály hatására rugalmasan deformálódik és viselkedése a Love-Shida számokkal, illetve azok kombinációival leírható. A Hold és a Nap deformáló hatása miatt a nehézségi erő potenciálja a Föld felszínén és belsejében $\sum_{n=2}^{\infty} U_n$-el megnő, ami a nívófelület deformálódását váltja ki. Ha A Föld tökéletesen rugalmas lenne, melyet könnyű, súrlódásmentes és önmagára gravitációsan nem ható folyadék borít, akkor felszínének alakja a gravitációs és az árapály potenciál összegének megfelelő alakot venne fel. Ebben az esetben a nyugalmi állapothoz viszonyított elmozdulás

$$\zeta_0 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{U_n}{g} \tag{26}$$

(g – gravitációs gyorsulás). Az elmozdulást befolyásolja a Föld rugalmas volta és ζ_0 helyett ζ radiális elmozdulás adódik és így minden n-ed fokú árapályra lesz

$$\zeta_n = h_n \cdot \zeta_{0n} \tag{27}$$

ahol h_n az első Love-féle szám (Love 1909). Értéke SNREI típusú Földet feltételezve a felszínen állandó, de változik a Föld belsejében sugár menti irányban. Az árapály deformáló hatása miatt változik a gravitációs potenciál értéke is és egy *U'* kiegészítő potenciál jelentkezik, mely a második Love számmal (k_n) írható le (Love 1909):

$$U_n' = k_n \cdot U_n \tag{28}$$

Ezért a luniszoláris hatás okozta potenciál változás:

$$\sum_{n=2}^{\infty} (U_n + U_n') = \sum_{n=2}^{\infty} (1 + k_n) \cdot U_n \tag{29}$$

(természetesen k_n értéke a vizsgált SNREI Föld esetében h_n –hez hasonlóan állandó a felszínen, de változik a Föld belsejében). Az árapály a Föld sugarára merőleges elmozdulásokat is létrehoz, melyek leírására szolgál a Shida (1912) által bevezetett szám (l_n) . Ennek felhasználásával a meridionális és a longitudinális elmozdulások rugalmas Föld esetében:

$$l_n \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial U_n}{\partial \varphi} \quad \text{és} \quad l_n \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial U_n}{sin\varphi \cdot \partial \lambda} \tag{30}$$

Az így meghatározott Love-Shida számok közvetlen megfigyelésére általában nincs lehetőség, a legelterjedtebb eljárások során ezek lineáris kombinációt szolgáltatják.

A gravitációs megfigyelések eredményéből adódó δ_n tényezőt vizsgáljuk először. (53) egyenlet alapján a Fold felszínén a nehézségi gyorsulás értéke:

$$-\Delta g_0 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n \cdot U_n}{a} \tag{31}$$

Rugalmas Föld esetében egy tetszőleges pont n-ed fokú luniszoláris hatás következtében ζ_n távolságra mozdul el. Ekkor g változását négy tényező fogja befolyásolni:

- a közvetlen luniszoláris hatás,
- a rugalmasság következtében fellépő kiegészítő potenciál változás $k_n U_n$,
- a nehézségi gyorsulás értékének módosulása ζ_n szintváltozás következtében ,
- a megfigyelő hely mozgása következtében jelentkező inerciális gyorsulás $\partial^2\zeta/\partial t^2$.

Így lesz:

$$-\Delta g = \frac{\partial \sum_{n=2}^{\infty} U_n}{\partial r} + \frac{\partial \sum_{n=2}^{\infty} k_n \cdot U_n}{\partial r} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n \cdot g \cdot \zeta_n}{a} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \tag{32}$$

A jobb oldalon lévő első tag (31) felhasználásával

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\partial U_n}{\partial r} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\partial U_n}{\partial r} \cdot \frac{a^{n+1}}{r^{n+1}};\ k_n(r) = k_n \frac{a^{2n+1}}{r^{2n+1}} \tag{33}$$

Ekkor

$$\frac{\partial k_n}{\partial r} = \frac{\partial k_n \cdot \frac{a^{2n+1}}{r^{2n+1}}}{\partial r} = -k_n \cdot (2n+1) \cdot \frac{a^{2n+1}}{r^{2n+1}} \tag{34}$$

A Föld felszínén $(r = a)$

$$\frac{\partial k_n}{\partial r} = -(2n+1) \cdot \frac{k_n}{a} \tag{35}$$

Rugalmas deformáció esetében az árapály magassága $\zeta_n = h_n \frac{U_n}{g}$.

A fentieket figyelembe véve (32) lesz:

$$-\left(\Delta g - \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2}\right) = \sum_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{n+1}{n} \cdot k_n + \frac{2}{n} \cdot h_n\right) \cdot \left(\frac{n \cdot U_n}{a}\right) \tag{36}$$

Mivel $\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \ll \Delta g$ lesz:

$$\Delta g = \sum_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{n+1}{n} \cdot k_n + \frac{2}{n} \cdot h_n\right) \cdot \left(\frac{n \cdot U_n}{a}\right) \tag{37}$$

$n = 2$ esetére δ_2 amplitúdó hányados, azaz a rugalmas Föld felszínén észlelt Δg_2 és az abszolút merev Föld esetére csillagászati adatokból számított Δg_{02} változás hányadosa:

$$\delta_2 = \frac{-\Delta g_2}{-\Delta g_{02}} = 1 + h_2 - \frac{3}{2} k_2 \tag{38}$$

Hasonlóan adódik

$$\delta_3 = \frac{-\Delta g_3}{-\Delta g_{03}} = 1 + \frac{2}{3} h_3 - \frac{4}{3} k_3 \tag{39}$$

…

$$\delta_{\mathrm{n}} = \frac{-\Delta g_n}{-\Delta g_{0\mathrm{n}}} = 1 + \frac{2}{\mathrm{n}} h_n - \frac{\mathrm{n}+1}{\mathrm{n}} k_{\mathrm{n}} \tag{40}$$

Az így meghatározott δ_n amplitúdó hányadosok elvileg különböznek egymástól. Ennek oka egyrészt, hogy különböző *n* értékeknél δ_n a Love számok más és más kombinációjától függ, másrészt h_n és k_n a Föld különböző fokú deformációit jellemzik.

A vízszintes összetevők regisztrátumaiból egy másik Love szám kombináció határozható meg:

- a luniszoláris hatás megváltoztatja a gravitációs potenciál értékét, aminek következtében szintváltozás lép fel:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{U_n(1+k_n)}{g} \tag{41}$$

- létrejön egy közvetlen radiális elmozdulás is:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{U_n \cdot h_n}{g} \tag{42}$$

- e két mennyiség különbsége adja – rugalmas Föld esetében – a szintváltozás értékét:

$$\zeta_n = \frac{\sum_{n=2}^{\infty} U_n \cdot (1 + k_n - h_n)}{g} \tag{43}$$

- ezt a kifejezést tetszőleges Ψ irányban differenciálva adódik az a szög, mellyel a felszín megdől az árapály hatására:

$$\frac{\partial \zeta_n}{\partial \Psi} = \frac{(1 + k_n + h_n)\partial(\sum_{n=2}^{\infty} U_n)}{\partial \Psi} \tag{44}$$

- Tökéletesen merev Föld esetében:

$$\frac{\partial \zeta_n}{\partial \Psi} = \frac{\partial(\sum_{n=2}^{\infty} U_n)}{\partial \Psi} \tag{45}$$

- a két utóbbi egyenlet hányadosa adja a rugalmas föld árapály deformációjának vízszintes összetevőjét leíró amplitúdó hányadost:

$$\gamma_n = 1 + k_n - h_n \tag{46}$$

A strainméterek segítségével megfigyelhető földárapály deformációk É-D, illetve K-Ny irányokban mérhető fokszám szerinti összetevői (Lainina és Karmaleeva 1978, Agnew 2010):

$$e_{\Phi\Phi n} = \frac{U_n}{a \cdot g}(h_n - 4l_n) \quad \text{és} \quad e_{\Lambda\Lambda n} = \frac{U_n}{a \cdot g}(h_n - 2l_n) \tag{47}$$

Tetszőleges Ψ azimutban pedig

$$e_{\Psi n} = e_{\Phi\Phi n} \cdot cos^2\Lambda + e_{\Lambda\Lambda n} \cdot sin^2\Lambda - 2e_{\Lambda\Lambda n} \cdot cos\Lambda sin\Lambda \tag{48}$$

ahol Φ és Λ a földrajzi szélesség és hosszúság.
A függőleges irányú deformáció (Ozawa 1961):

$$e_{rr_n} = \frac{1}{g}\left[2h_n - \frac{\lambda(2h_n - n(n+1)l_n)}{\lambda + 2\mu}\right] U_2 \tag{49}$$

ahol a szögletes zárójelben szereplő kifejezés a vertikális deformációt, azaz ennek a strain komponensnek a földszerkezettől való függését írja le.

A ritkábban használt dilatációs árapály amplitúdó hányadosa:

$$f_n = n \cdot h_n \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\right) - n \cdot (n+1) \cdot l_n \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\right) \tag{50}$$

ahol λ és μ Lamé-paraméterek: Természetesen az árapályhullámok amplitúdói, mint az a gravitációs és a vízszintes összetevők esetében is látható, a földrajzi szélesség függvényei (31.-33. ábrák).
Elméleti földmodell számítások alapján megállapítható, hogy $k_2 \approx ½h_2$, $l_2 \approx 0.15\, h_2$. Továbbá szeizmológiai adatok alapján adódik, hogy a Föld, belsejében, de különösen annak felszín közeli részében a két Lamé rugalmas paraméter közelítőleg egyenlő ($\mu \approx \lambda$). Ekkor

$$\delta_2 = 1 + h_2 - \frac{3}{2}k_2 \approx 1 + \frac{1}{4}h_2 \tag{51}$$

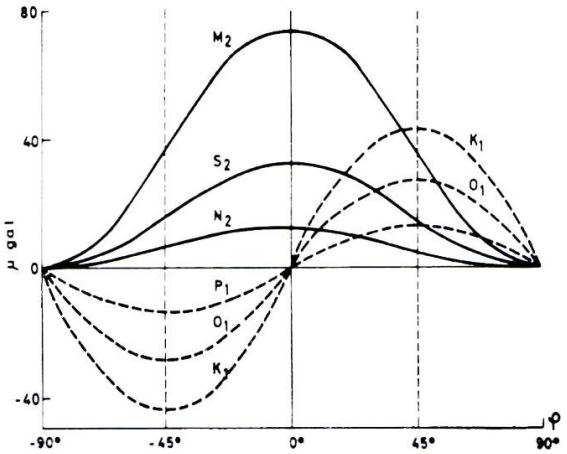
$$\gamma_2 = 1 + k_2 - h_2 \approx 1 - \frac{1}{2}h_2 \tag{52}$$

$$e_{\Phi\Phi 2} = h_2 - 4l_2 \approx 0.4h_2 \tag{53}$$

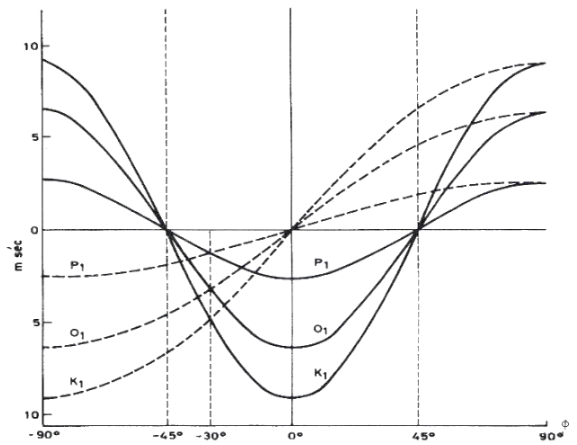
$$e_{\Lambda\Lambda 2} = h_2 - 2l_2 \approx 0.7h_2 \tag{54}$$

$$e_{rr_2} = \frac{4}{3}h_2 - 2l_2 \approx h_2 \tag{55}$$

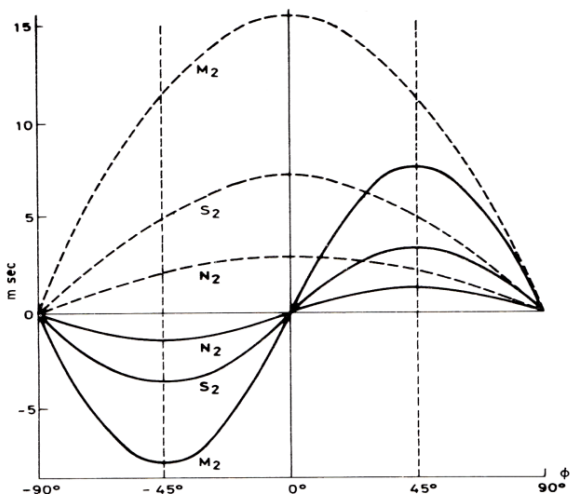
$$f_2 = \frac{4}{3}h_2 - 4l_2 \approx \frac{3}{4}h_2 \tag{56}$$



32. ábra. Gravitációs komponens K_1,O1,P1 egésznapos és M2. S2,N2 félnapos hullámok (Melchior 1983)



33. ábra. K1,O1,P1 egésznapos hullámok. Folytonos vonal É-D-i, szaggatott K-Ny-i összetevő (Melchior 1983)



34. ábra. M2. S2,N2 félnapos hullámok; folytonos vonal É-D-i, szaggatott K-Ny-i összetevő (Melchior 1983)

Az utolsó, a dilatációra vonatkozó egyenletben szereplő Love-Shida szám kombináció eltér a szakirodalomból szereplőtől (például Melchior 1983), ahol *n=2* esetében $f_2=h_2' + 2h_2 - 6l_2$. Mivel a felszínen az árapály hatás nem hoz létre normális feszültséget a később sorra kerülő „A Love-Shida számok meghatározása szférikusan szimmetrikus Föld rugalmas deformációinak számítása alapján" fejezetben található (61). egyenlet alapján adódik, hogy

$$N_2 = (\lambda + 2\mu)h_2' - \lambda(2h_2 - 6l_2) = 0 \tag{57}$$

Innen $h_2' = \frac{\lambda(2h_2 - 6l_2)}{(\lambda+2\mu)}$ és ezért

$$f_2 = 2h_2\left(1 - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\right) - 6l_2\left(1 - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}\right) \tag{58}$$

Mivel jó közelítéssel $\lambda \approx \mu$ adódik, hogy $f_2 = \frac{4}{3}h_2 - 4l_2$.

Amennyiben elfogadjuk, hogy $h_2 \approx 0.6$ akkor megállapítható, hogy az eltérés a tökéletesen merev Földtől δ_2 és γ_2 esetében, tehát ezek információtartalma, 15, illetve 30%. A latitudinális és longitudinális sztreinméter amplitúdók esetében ezek az értékek 24 és 42%-t tesznek ki, míg a dilatációs komponens esetében 45%. Ezek az információ tartalom értékek a valóságosnál sokkal nagyobbak hiszen, ha a földárapály megfigyelések célja a geofizikai értelmezés, akkor általában két többé-kevésbé reális, tehát kisebb eltéréseket mutató, földmodellek közötti eltérések a vizsgálat tárgyai. Ebben az esetben a földárapály adatok feldolgozása alapján adódó amplitúdó hányadosok közötti eltérések kisebbek az előbb kapottaknál (5. táblázat).

A 32-34 ábrák alapján megállapítható, hogy az egyes összetevők megfigyelhetősége erősen szélesség függő. Az egésznapos gravitációs árapály és a vízszintes É-D-i félnapos hullámok az egyenlítőn nem figyelhetők meg, ezzel szemben ugyanott a félnaposaké optimális. Hasonlóan rosszul figyelhetők meg az egésznapos É-D-i összetevő hullámai a közepes szélességeken. Ez utóbbi körülmény volt az oka annak, hogy Schweidar 1916-ban közzétett ingamérés eredményei az É-D-i összetevő esetében bizonytalanok lettek.)

5. táblázat. Három földmodell alapján számított Love-Shida számok és amplitúdó hányadosok. A három modell:
- PREM- Preliminary Reference Earth Model,
- Bullen A – radiálisan inhomogén köpeny, homogén földmag,
- Bullen B- radiálisan inhomogén köpeny, inhomogén földmag (a belső mag figyelembevétele miatt)

Földmodell	k_2	h_2	l_2	δ_2	γ_2	$e_{\Lambda\Lambda 2}$	$e_{\Phi\Phi 2}$	f_2
PREM	0.301	0.613	0.096	1.162	0.688	0.421	0.229	0.473
Bullen A	0.311	0.622	0.080	1.156	0.689	0.462	0.302	0.473
Bullen B	0.317	0.635	0.094	1.160	0.682	0.447	0.259	0.471

A rugalmas Föld árapály hatásra bekövetkezett deformációinak laterális eloszlása is gyenge változásokat mutat. Wahr (1981) kimutatta, hogy az árapály paraméterek értékei bolygónk lapultsága következtében függenek a földrajzi szélességtől:

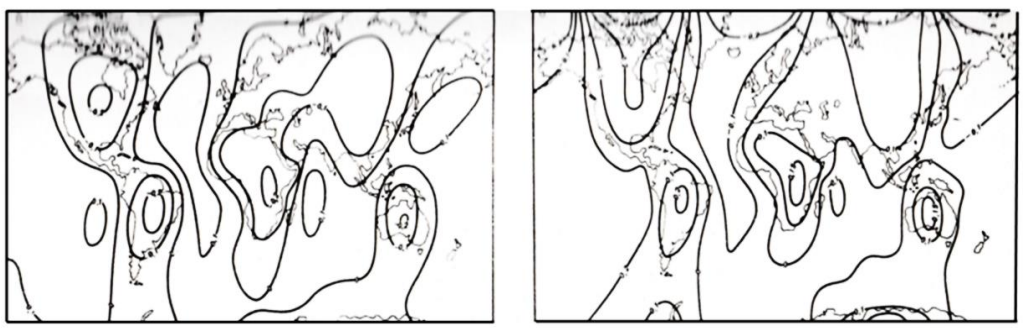
$$\delta_D = 1.152 - 0.006\left(\frac{\sqrt{6}}{4}(7sin^2\Phi - 3\right) \quad \text{az egésznapos}$$

$$\delta_{SD} = 1.1602 - 0.005\left(\frac{\sqrt{3}}{4}(7sin^2\Phi - 4\right) \quad \text{a félnapos}$$

esetében. Molodensky és Kramer (1980) különböző elméleti modellek alapján vizsgálták, milyen mértékben hathatnak a gravitációs földárapály hányados értékeire bolygónk feltételezett nagy laterális szerkezeti inhomogenitásai. Ezek közül kettő bemutatása révén lehet érzékeltetni a hatás mértékét:

- 1. modell: a longitudinális földrengés hullámok sebessége az óceánok alatt a felszíntől 331 km mélységig 5%-kal kisebb a kontinensek alattinál; a sűrűség eközben radiálisan szimmetrikus maradt,
- 2. modell: a 331 km mélységhatártól lefelé az óceánok alatti transzverzális sebességértékek a kontinensek alattinál 5%-al kisebb. A sűrűség és a longitudinális sebességértékek eloszlása radiálisan szimmetrikus maradt.

Molodensky és Kramer erre a két modellre vonatkozó számításainak eredményei a 35. ábrán láthatók. Megállapítható, hogy ha a δ_2 amplitúdó hányados értéke 0,2% pontossággal ismert, akkor a földárapály megfigyelések alapján a sebességeloszlás 2.5%-os laterális rendellenességei mutathatóak ki a felső köpenyben, és az alsó köpeny inhomogenitásai csak kis mértékben hatnak. Említésre méltó, hogy az izovonalak lefutása követi a szerzők által feltételezett laterális inhomogenitások kontúrját.



35. ábra. Laterális inhomogenitások a $\boldsymbol{\delta_2}$ ampltúdó hányados értékére (Molodensky és Kramer 1980). A térképeken a változások %-ban vannak feltüntetve

Molodensky (2004) elméleti modellek felhasználásával megmutatta azt is, hogy a felszín luniszoláris hatás okozta dőléseinek és deformációinak amplitúdói és fázisai függenek a helyi tektonikai szerkezettől is és ezek mértéke olyan, hogy modern eszközökkel ez kimutatható.

Az (52)-(56) egyenletekben szereplő amplitúdó hányadosok (δ_2, γ_2, $e_{\Phi\Phi 2}$, $e_{\Lambda\Lambda 2}$ és f_2) meghatározása a mért és az elméletileg meghatározott árapály görbéket alkotó elemi hullámok amplitúdóinak hányadosából adódik. Az adatfeldolgozás másik fontos eredménye a mért és a számított elemi hullámok közötti fáziskülönbsége. Ez a fáziskülönbség (κ_2) különösen fontos a gravitációs árapály esetében, mert értéke hatással lehet a Föld forgásának lassulását meghatározó árapály púp helyzetének meghatározásában (lásd később az „Árapálysúrlódás és librációs súrlódás” fejezetet).

4.2 A Love-Shida számok meghatározása szférikusan szimmetrikus Föld rugalmas deformációinak számítása alapján

Az első eredményes földárapály megfigyelésekkel egy időben jelentek meg az első eljárások melyek lehetővé tették a Love-Shida paraméterek elméleti földmodellekre támaszkodó számítását. Herglotz dolgozatában (1905) ugyan még feltételezte a Föld anyagának összenyomhatatlanságát, de nála már - Kelvinnel szemben – radiálisan inhomogén Föld rugalmas deformációját is megengedő elmélet került kidolgozásra. A Love-Shida számok meghatározását lehetővé tevő első elméletet, mely a sűrűség és a rugalmas paraméterek bonyolult, esetleg ugrásszerű, változásait is megengedő modellen alapul Jeffreys közölte (1926). Nála a Föld két homogén, éles határfelülettel elkülönülő részből áll. Némileg feledésbe merültek Hoskins (1920) és Stoneley (1926) publikációi, melyek szintén olyan eljárásokat tartalmaznak, melyek lehetővé teszik tetszőleges elméleti földmodell figyelembevételét. Meghatározóan fontos előrelépést jelentett Takeuchi munkája (1950), mert említett elődeitől eltérően az ő elmélete már nem követelte meg a Föld anyagának összenyomhatatlanságát. Takeuchihoz hasonló – bár részletesebb – dolgozatot közölt Molodensky (1953). Mint az már a fentiekben említésre került mindkét imént említett szerző Love tanulmányát és az ott bevezetett jelölésrendszert használta (Love 1892). Hasonló a tárgya és matematikai eszköztára Alterman, Jarosh és Pekeris (1959) dolgozatának,

mely kiterjed a Föld sajátrezgéseinek elméletére is. Némileg eltérő Jeffreys és Vicente (1957) és Wahr (1981) a Föld lapultságát is figyelembe vevő dolgozata.

A Love-Shida paraméterek számításához a sűrűség $\big(\rho(r)\big)$, valamint a két Lamé paraméter $\big(\mu(r),\ \lambda(r)\big)$ értékei szükségesek a Föld középpontjától mért távolság függvényében ($0 \le r \le a$, ahol a a Föld sugara). Az említett eljárások (közvetlenül vagy közvetve) a következő feltételezésekből indulnak ki:

- $\rho(r),\ \mu(r),\ \lambda(r)$ értékek csak a sugár függvényei ,
- a Föld anyaga összenyomható, azaz a sűrűség érték a nyomás következtében fellépő dilatáció $d(r)$ következtében módosul és a sűrűség változás $\rho(r)(1 - d(r)$,
- a kezdeti feszültségek hidrosztatikusak ,
- a külső deformáló erők potenciálja $U(r)$ a Föld belsejében a koordináták homogén harmonikus polinomjával fejezhető ki ,
- az elmozdulások és deformációk következtében a rugalmas Föld potenciálja $W(r)$ $W_i(r)$ értékkel megváltozik és a teljes potenciál $U(r) + W(r) + W_i(r)$.

Az így meghatározott Föld reakcióját hat elsőfokú differenciálegyenletből álló rendszer írja le:

$$\frac{d\left(y_j(r)\right)}{dr} = \sum_{m=1}^{6} a_{j,m}(r) \cdot y_m(r) \quad (\mathrm{j} = 1 \dots \dots 6) \tag{59}$$

mely hat függő y_j és egy független változót (a Föld középpontjától mért r távolságot) tartalmaz. $a_{j,m}(r)$ a felhasznált földmodellben szereplő sűrűség, rugalmas paraméter, a gravitációs potenciál értékektől és a Föld középponttól mért távolságtól függ. Az egyenletrendszer ilyen általános formában megadva érvényes minden a kérdéssel foglalkozó munka esetében. Molodensky jelölésrendszerében a hat függvény:

$$\{y_j(r)\} = \{H_n(r);\ T_n(r);\ R_n(r);\ M_n(r);\ N_n(r);\ L_n(r)\} \tag{60}$$

ahol $H_n(r)$ és $T_n(r)$ az elmozdulás vektor radiális és vízszintes összetevőit, $R_n(r)$ a gravitációs potenciált és deriváltjait jellemzik rugalmas deformációk esetében. Ennek megfelelően a Föld felszínén $H_n(a) = h_n$ és $T_n(a) = l_n$, továbbá $R_n(a) - 1 = k_n$. A Föld felszínén és belsejében keletkező vízszintes és vertikális feszültségek $M_n(r)$ és $N_n(r)$ függvényekkel arányosak, míg $L_n(r)$ a gravitációs potenciál deriváltjainak folytonosságából következik.

A Föld felszíne (r=a) az árapály esetén feszültségmentes, míg a harmadik a Poisson egyenletből következik:

$$N_n(a) = [\lambda(a) + 2\mu(a)] \cdot H_n'(a) + \lambda(a) \cdot \left[\frac{2}{a} \cdot H(a)_n - \frac{n(n+1)}{a^2} \cdot T(a)_n\right] = 0 \tag{61}$$

$$M_n(a) = \mu(a) \cdot \left[T_n'(a) - \frac{2}{a} \cdot T_n(a) + H_n(a)\right] = 0 \tag{62}$$

$$R_n'(a) + \frac{n+1}{a} - 4\pi \cdot G \cdot \rho(a) \cdot H_n(a) = (2n+1) \cdot W(a) \tag{63}$$

ahol ’ a sugár szerinti deriválás jelölésére szolgál.

Ha a Föld magja cseppfolyós a mag-köpeny határon ($r = b$) $\mu_i(b) = 0$. Ebben az esetben a határfeltételek egyenletei:

$$T_n'(b) - \frac{2}{b} \cdot T_n(b) + H_n(b) = 0 \tag{64}$$

$$[\lambda_e(b) + 2\mu_e(b)] \cdot H_n'(b) + \lambda_e(b) \cdot \left[\frac{2 \cdot H_n(b)}{b} - \frac{n(n+1)}{b^2} \cdot T(b)_n\right] + \rho_i(b)\big(H_n(b) \cdot W'(b) + R_n(b)\big) = 0 \quad (65)$$

$$R_n'(b) - R_n(b) \cdot \left(\frac{\eta(b) - 1}{b} - 4\pi \cdot G \cdot \frac{\varrho_i(b)}{W'(b)}\right) - \frac{n}{b} \cdot R_n(b) + 4\pi \cdot G \cdot \Delta\varrho(b) H_n(b) = 0 \quad (66)$$

Fenti egyenletekben G a gravitációs állandó, W a gravitációs potenciál, $\Delta\varrho(b) = \varrho_i(b) - \varrho_e(b)$ a sebességváltozás a külső és a belső mag határán, i és e indexek a mag-köpeny határon $(r = b)$ a belső és a külső maghoz tartozó változók megkülönböztetésére szolgálnak. $\eta(b)$ a Radou paraméter (Jeffreys 1959):

$$\eta(b) = \left[\frac{5}{2} \cdot \left(1 - \frac{C(b)}{\frac{2}{3} m(b) \cdot b^2}\right)\right]^2 - 1 \quad (67)$$

ahol $C(b)$ és $m(b)$ a mag poláris inercia momentuma és tömege.

A fenti elmélet alapján megvizsgálható, milyen mértékben hat a cseppfolyós mag nyírási modulusának értéke $\mu(b)$ a Love-Shida számok és a belőlük számítható amplitúdó hányadosok értékére (6. táblázat). Megállapítható, hogy minden valószínűséggel $\mu(b) \leq 5 \cdot 10^{12}$ Pa.

6. táblázat. A cseppfolyóshoz közeli állapotú mag esetében a mag- köpeny határon feltételezett nyírási modulus értékek ($\boldsymbol{\mu(b)}$) hatása a Love-Shida számok és az amplitúdó hányadosok értékére (Varga 1974, 1989)

$\mu(b) \cdot 10^{12}$Pa	k_2	h_2	l_2	δ_2	γ_2	$e_{\Lambda\Lambda 2}$	$e_{\Phi\Phi 2}$	f_2
0.0	0.312	0.628	0.088	1.155	0.689	0.535	0359	0.479
1.7	0.301	0.610	0.088	1.159	0.691	0.522	0.346	0.461
10.0	0.204	0.412	0.088	1.106	0.792	0.324	0.144	0.197
28.0	0.145	0.293	0.088	1.076	0.852	0.205	0.029	0.039

Ez az eredmény jó megegyezést mutat a szeizmológiai megfigyelések alapján valószínűsíthető értékkel. Sato és Espinoza (1967) a magról többszörösen visszaverődött hullámok vizsgálata alapján azt kapták, hogy értéke nem lehet nagyobb, mint $5.45 \cdot 10^{12}$Pa. Hasonló eredményre jutott Suzuki és Sato is (1970) akik az ScS és SKKS hullámok alapján megállapították, hogy $\mu(b)$ értéke $3 \cdot 10^{11}$Pa és $7 \cdot 10^{11}$Pa közöttinek kell lennie.

7. táblázat. A mag-köpeny határ helyzetének (földfelszíntől mért távolságának) ($\boldsymbol{r/a}$) hatása a Love-Shida számok és az amplitúdó hányadosok értékére

r/a	k_2	h_2	l_2	δ_2	γ_2	$e_{\Lambda\Lambda 2}$	$e_{\Phi\Phi 2}$	f_2
0.555	0.321	0.628	0.082	1.157	0.682	0.475	0.311	0.594
0.550	0.312	0.628	0.083	1.159	0.686	0.464	0.298	0.505
0.545	0.306	0.618	0.085	1.160	0.688	0.454	0.284	0.492

A 7. táblázat alapján megállapítható, hogy a mag-köpeny határ helyzete (r/a) is hatással van a Love-Shida számok és $\delta_2,\ \gamma_2,\ e_{\Lambda\Lambda 2}, f_2$ értékére. Ez a kapcsolat azonban gyenge, segítségével e határfelület helyzete csak $\pm\,(30 - 40)$ km pontossággal határozható meg, míg a földrengés adatok alapján ez az érték $\pm\,(5 - 10)$ km (Dziewonski és Anderson 1981, McDonough 2003).

Konklúzió: a földárapály mérésekből meghatározható Love-Shida számok kombinációi kevés közvetlen információt szolgáltatnak a Föld szerkezetéről. A földbelső sűrűség eloszlásától ezek gyakorlatilag függetlenek. A mag méretének változásai csak gyengén érvényesülnek, ráadásul ezt az adatot a szeizmológia nagy pontossággal szolgáltatja. A nyírási modulusra kapott adat jó megegyezést mutat

a földrengés hullámokból adódóval. Megjegyzendő, hogy mindkét esetben a nyírási modulus értéke a cseppfolyós mag legkülső részére vonatkozik.

4.3 A cseppfolyós mag nutációja és rezonanciája

A precessziót elsősorban a Nap és kisebb részben a Hold tömegvonzása okozza, mely a Föld nem gömb alakú alakjának részére hat. Az egyenlítő a földpálya síkjával 23° 27'-es szöget zár be. Így a földalak egyenlítői nagytengelye nem a Nap felé irányul. Ennek következtében a Nap forgatónyomatékot fejt ki az egyenlítői kiemelkedés gömbfelülettől eltérő részére és igyekszik a földtengelyt az ekliptika síkjára merőleges helyzetbe hozni. Állandó tengelyferdeség esetén a precesszió $8.132 \cdot 10^{11}$ s $= 25770$ év. A tengely dőlése az egyenlítő síkjához viszonyítva hozzávetőleg 1°-1.5° ingadozásokat mutat. Ezeket is figyelembe véve a precessziós kúp nem záródik pontosan és periódusa kisebb mértékben ($6 \cdot 10^{-6}$ nagyságrenddel) azaz hozzávetőleg 15 évvel (0.058%-al) megnövekedik (Dehant és Mathews 2015). A precesszió jelenségéhez kapcsolódik a nutációé, mely oszcillációs formában tevődik rá a precessziós görbére. A precessziós mozgásra merőleges nutációs változásokat a Föld tengelyének helyzetében szintén a Holdnak és a Napnak a Föld gravitációs gömbfelülettől eltérő részére gyakorolt hatása kelti. Az időben változó precessziós mozgás legjelentősebb összetevője a Hold által keltett 18,6 év periódusú változás. Az összes többi nutáció sokkal kisebb; a következő legnagyobb, 183 napos (0,5 éves) periódus, melynek amplitúdója a 18.6 évesnek mindössze 7 százaléka. Tekintettel arra, hogy a Föld lapult cseppfolyós magja nem kötődik mereven a köpenyhez forgásában bizonyos autonómiával kell rendelkezzen és így esetében felléphet az önálló, a Föld egészétől eltérő nutáció jelensége.

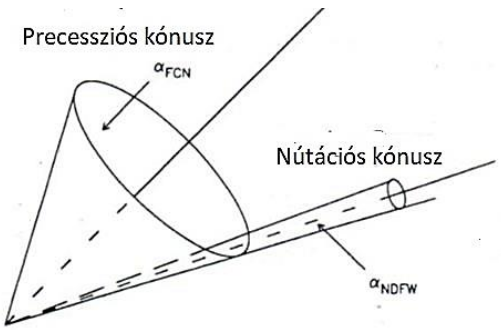
A cseppfolyós mag közel napos szabad nutációja (Neerly Diurnal Free Woble- NDFW) akkor keletkezik mikor a lapult köpeny és a lapult cseppfolyós mag forgástengelyeinek irányai némileg eltérő irányúak. Ekkor visszatérítő erő keletkezik a mag-köpeny határon (Core-Mantle Boundary – CMB), mely igyekszik a két tengely irányát egy irányba kényszeríteni. A legfontosabb nyomaték visszaállító szerepe a CMB lapultságának van, a mag hatásának döntő része az a nyomás, melyet a cseppfolyós közeg CMB-re gyakorolt nyomása. Ehhez képest a mag-köpeny határon keresztüli elektromágneses és viszkózus kölcsönhatás nem számottevő. Ugyancsak nincs szerepe a CMB domborzatának sem, kizárólag ennek lapultsága játszik szerepet a cseppfolyós mag rezonanciájának kialakulásában. Mivel a Föld tulajdonképpen egy gyorsan forgó giroszkóp reakciója kettős, kétféle mozgás van jelen. Az egyik a forgástengely precessziós mozgása a geometriai tengely körül, míg a másik egy nutációs mozgás az impulzusmomentum által kijelölt tengely körül (36. ábra). Ez utóbbi a cseppfolyós mag közel napos szabad nutációja (NDFW). Hogy ennek a szabad nutációnak léteznie kell Hopkins már a XIX. század első felében felismerte (1839). Ezt az elméletet a század végén, a XX. század elején Hough (1895), Sludsky (1895), Poincaré (1910) építették tovább. Jeffreys volt az első, aki felismerte, hogy ez az igen kis amplitúdójú mozgás rezonanciába léphet az egésznapos (tesszerális) árapály hullámokkal és ily módon kimutathatóvá válik, ha azok tartalmaznak olyan jelentős az NDFW frekvenciájával (közel) megegyező frekvenciájú egésznapos összetevőt. A 36. ábrán látható két kúppal jelölt retrográd (a Föld forgásával ellentétes) irányú mozgás frekvenciái a következők:

$$\sigma_{FCN} = \frac{A}{A^m} \cdot \alpha \cdot \left(1 - \frac{k}{k_s}\right) \cdot \Omega \tag{68}$$

$$\sigma_{NDFW} = -\Omega \cdot \left[1 + \frac{A}{A^m}\left(\alpha^c - q_0 \frac{h_1^c}{2} + K\right)\right] \tag{69}$$

σ_{FCN} a Chandler periódus. A képletekben A és A^m a Föld és a köpeny egyenlítői tehetetlenségi nyomatékai, α és α^c a Föld és a mag dinamikus ellipticitása, k és k_s a Love és az úgynevezett szekuláris Love féle számok k_s meghatározását a (116) képlet adja meg, h_1^c radiális irányú elmozdulás a mag-köpeny határon (CMB), K viszkoelasztikus kapcsolódás a köpeny és a mag között (kis, elhanyagolható mennyiség), q_0 a centrifugális erő és az egyenlítői gravitációs gyorsulás hányadosa, Ω- a Föld forgássebessége. A 36. ábrán látható kúp nyílásszögének aránya $\frac{\sigma_{NDFW}}{\sigma_{FCN}} \sim \frac{1}{400}$, azaz az NDFW jel

nagyon kicsi és csak a tesserális földárapály rezonanciája révén válik láthatóvá. A nutáció és a tesszerális árapály közös elméletét Jeffreys és Vicente (1957) két modellre dolgozták ki. Az első modellben a mag homogén egy kisebb kiegészítő tömeggel a középpontban. A második modell a magban a sűrűség Roche törvénye[5] szerint növekedik. Mindkét modell esetében a köpenyben a sűrűség eloszlása Bullen A modellje szerinti. Molodensky és Kramer (1961) első modelljében a köpenyben a sűrűség növekedés 40%-al meghaladja a csak kompresszióból adódót, a magban az adiabatikus[6] kompresszió szerinti a sűrűség növekedés. A második modellben a sűrűségnövekedés Bullen A modell szerinti és a magban jelen van egy középső szilárd belső mag. A modellszámítások alapján meghatározott rezonancia frekvenciákat a 8. táblázat tartalmazza, míg a horizontális és gravitációs árapály rezonancia hatás következtében eltérő amplitúdó hányadosa O_1 és K_1 hullámok esetében a 9. táblázatban találhatók.



36. ábra. Az FCN és az NDFW módusok szemléltetése (az NDFW kónusz α nyílásszöge erősen nagyított). A mozgások retrográd irányúak a precessziós kónusz tengelyéhez viszonyítva (Zürn 1997)

8. táblázat. Rezonancia frekvencák különböző földmodellek esetében

MODELL	REZONANCIÁK	
	Frekvencia (°/óra)	Periódus óra, perc, másodperc
Jeffreys-Vicente I. modell	15.074760	23 52 51.5
Jeffreys-Vicente II. modell	15.101684	23 50 18.2
Molodensky-Krámer I. modell	15.073265	23 53 00.0
Molodensky-Krámer II. modell	15.073612	23 52 58.0

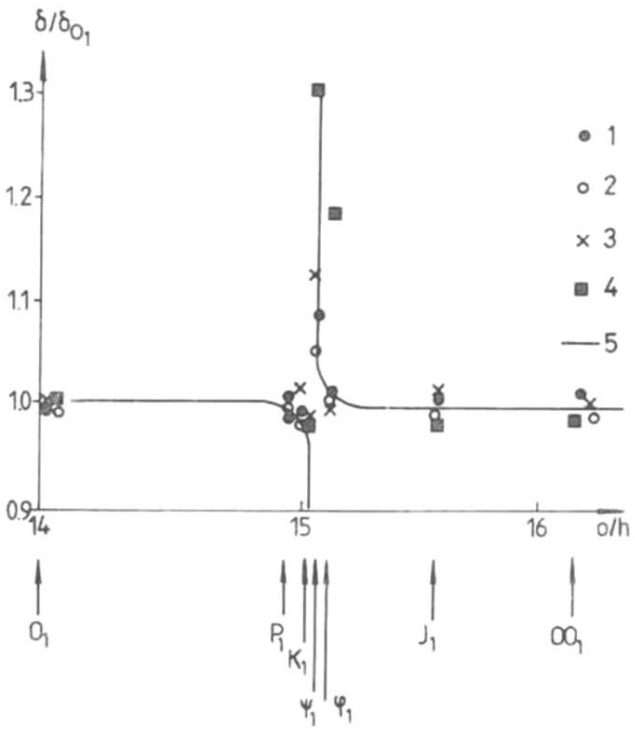
A 37. ábrán a δ/δ_{Q_1} megfigyelt amplitúdó hányados arányok szerepelnek Molodensky I. modelljének rezonancia görbéjéhez viszonyítva.

9. táblázat. Amplitúdóértékek módosulása a cseppfolyós mag rezonanciája következtében horizontális és gravitációs komponensek esetében

MODELL	$\gamma(O_1)$	$\gamma(K_1)$	$\gamma(O_1)/\gamma(K_1)$	$\delta(O_1)$	$\delta\,(K_1)$	$\delta(O_1)/\delta(\,K_1)$
Jeffreys-Vicente I. modell	0.654	0.714	0.916	1.224	1.183	1.037
Jeffreys-Vicente II. modell	0.658	0.693	0.949	1.221	1.185	1.030
Molodensky-Krámer I. modell	0.688	0.730	0.942	1,159	1.137	1.019
Molodensky-Krámer II. modell	0.686	0.727	0.943	1.164	1.143	1.018

[5] Roche sűrűség eloszlási törvénye (1848): $\rho(r) = 10.53 - 8.35 \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^2$, ahol $\rho(r)$ a sűrűség értéke (g/cm^3) és R az átlagos földsugár

[6] hőcsere nélküli állapotváltozást két közeg között



37. ábra. δ/δ_{O_1} megfigyelt amplitúdó hányados arányok Molodensky I. modelljének rezonancia görbéjéhez viszonyítva (1. International Centre for Earth Tides (Melchior 1983); 2. Pecny (Holub és Simon 1985); 3. Strasbourg (Abours és Lecolazet 1978); 4. Eötvös Loránd Geofizikai Intézet (Varga 1984); 5. Molodensky és Kramer (1961) II. elméleti modellje

A 37. ábrán szereplő rezonanciahatásnak kitett hullámok frekvenciái (°/óra): $14.958\ (P_1), 15.041\ (K_1), 15.082\ (\Psi_1), 15.123\ (\phi_1), 15.585\ (J_1)$*és* $16.139\ (OO_1)$. Műszeres mérésekkel ezek közül elsősorban K_1 amplitúdója, illetve amplitúdóhányadosa határozható meg megfelelő pontossággal és ezért mindenek elött ennek kapcsolatát (különbségét vagy hányadosát) O_1-hez (13.398°/óra) mint a rezonanciahatástól menteséhez viszonyítva szokás a cseppfolyós mag rezonanciáját jellemezni.

A cseppfolyós mag dinamikus hatásának vizsgálata azt mutatja, hogy különböző módszerekkel kapott amplitúdó hányados különbségek eltérő mértékben tükrözik ezt a hatást:

$$\delta_{O_1} - \delta_{K_1} = 1.164 - 1.143 = 0.022\ ;\ \frac{\delta_{o_1}}{\delta_{K_1}} = 1.018 \tag{70}$$

$$\gamma_{o_1} - \gamma_{K_1} = 0.685 - 0.727 = -0.044\ ;\ \frac{\gamma_{o_1}}{\gamma_{K_1}} = 0.942 \tag{71}$$

$$e_{\Lambda\Lambda_{o1}} - e_{\Lambda\Lambda_{K1}} = 0.452 - 0.360 = 0.092\ ;\ \frac{e_{\Lambda\Lambda_{o1}}}{e_{\Lambda\Lambda_{K1}}} = 1.256 \tag{72}$$

$$e_{\Phi\Phi_{o1}} - e_{\Phi\Phi_{k1}} = 0.290 - 0.192 = 0.098\ ;\ \frac{e_{\Phi\Phi_{o1}}}{e_{\Phi\Phi_{k1}}} = 1.510 \tag{73}$$

$$e_{rr_{o1}} - e_{rr_{K1}} = 0.6564 - 0.7351 = -0.0787;\ \frac{e_{rr_{o1}}}{e_{rr_{K1}}} = 0.893 \tag{74}$$

$$f_{O_1} - f_{K_1} = 0.494 - 0.367 = 0.127\ ;\ \frac{f_{O_1}}{f_{K_1}} = 1.346 \tag{75}$$

A Föld belső szilárd magja további rezonancia frekvenciák létrejöttének forrása, de ezek távol vannak a tesszerális hullámok frekvencia sávjától, továbbá fellép egy progréde belső mag nutáció is, melyhez tartozó ingadozás (wobble) a napos hullámok sávjában jelentkezik (FICN- Free Inner Core Nutation) (DeVries és Wahr 1991, Dehant et al. 1993, Dehant és Mathews 2015).

4.4 Terhelési és potenciál mentes Love-Shida számok

A Föld felszínén ($r = a$) az árapály esetében már használt határfeltételek (53-55) általánosítva Saito (1978) nyomán a következő formában adhatók meg:

$$N_n(a) = [\lambda(a) + 2\mu(a)] \cdot H_n'(a) + \lambda(a) \cdot \left[\frac{2}{a} \cdot H(a)_n - \frac{n(n+1)}{a^2} \cdot T(a)_n\right] = -\frac{2n+1}{3} \cdot \alpha_N \qquad (76)$$

$$M_n(a) = \mu(a) \cdot \left[T_n'(a) - \frac{2}{a} \cdot T_n(a) + H_n(a)\right] = -\frac{2n+1}{3 \cdot n \cdot (n+1)} \cdot \alpha_M \qquad (77)$$

$$L_n(a) = R_n'(a) + \frac{n+1}{a} - 4\pi \cdot G \cdot \rho(a) \cdot H_n(a) = (2n+1) \cdot \alpha_L \qquad (78)$$

(76-78) egyenletekben n a deformáció nagyságrendje, míg az egyenletek jobb oldalán szereplő α_N, α_M és α_L értéke 0 vagy 1 lehet. Amennyiben a vizsgálni kívánt jelenség tömegpotenciállal jellemezhető ($\alpha_L = 1$) akkor egyrészt a már bevezetett Love-Shida számokat tudjuk meghatározni a már ismertetett a Föld reakcióját leíró hat elsőfokú differenciálegyenletből álló rendszer segítségével. Ekkor a már a Love-Shida számok meghatározásával foglalkozó fejezetben leírtaknak megfelelően $\alpha_N = 1,\ \alpha_M = 0$ és $\alpha_L = 1$. Amennyiben a ható tömeg a Föld felszínén van és azt tömegével a felszínt terheli az úgynevezett terhelési Love-Shida számok adódnak. Ebben az esetben $\alpha_N = 1, \alpha_M = 0$ és $\alpha_L = 1$. A terhelési Love számok szokásos jelölése $h_n',\ k_n',\ l_n'$. Ha a Földre ható erőhatás nem tömeggel kapcsolatosan, akkor az úgynevezett potenciál mentes Love-Shida számok adódnak. Ez esetben a földfelszíni határfeltételek $\alpha_N = 1, \alpha_M = 0,\ \alpha_L = 0$ normális feszültségek és $\alpha_N = 0, \alpha_M = 1, \alpha_L = 0$ vízszintes feszültségek esetében. Az így meghatározott Love-Shida számok szokásos jelölései $h_n'',\ k_n'',\ l_n''$ normális és $h_n''',\ k_n''',\ l_n'''$ vízszintes feszültségek esetében (Varga 1983). Az így bevezetett terhelési és potenciál mentes Love-Shida számok (10. táblázat) közös tulajdonsága, hogy eltérően az árapály jellemzésére szogáló Love-Shida számoktól esetükben $n \geq 2$ nagyságrendeket is figyelembe kell venni. Természetesen az ismertetett határfeltételek a Föld belsejében ($r \neq a$) keletkező feszültségek jellemzésére is felhasználhatóak.

10. táblázat. Love-Shida, terhelési és potenciál mentes Love-Shida számok értékei a PREM modell alapján számítva $\boldsymbol{n = 0}$ és $\boldsymbol{n = 1000}$ nagyságrendek között (Varga és Denis 2010)

n	h_n	k_n	l_n	h_n',	k_n'	l_n'	h_n'',	k_n''	l_n''	h_n'''	k_n'''	l_n'''
0	0	0	0	-0.1342	0	0	0.4026	-1.0000	0	0	-1.0000	0
1	0	0	0	-0.3011	0	0.1123	0.3011	-1.0000	-0.1123	-0.2246	-1.0000	0
2	0.6176	0.3035	0.0853	-1.0076	-0.3145	0.0273	0.9751	-0.6292	0.0346	0.2077	-0.6962	1.1160
3	0.2957	0.0947	0.0149	-1.0611	-0.2012	0.0749	0.5814	-0.8730	-0.0255	-0.3060	-0.9239	0.8274
10	0.0678	0.0066	0.0038	-1.4167	-0.0621	0.0313	0.2117	-0.9901	-0.0041	-0.4510	-0.9406	0.3109
20	0.0219	0.0012	0.0021	-1. 9619	-0. 0475	0.2860	0.1453	-0.9964	-0.0017	-0.7131	-0.9371	0.1646
10^3	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	$<10^{-4}$	-4.1243	-0.0002	$<10^{-4}$	0.0540	-0.9993	$<10^{-4}$	-3.2011	-0.8706	$<10^{-4}$

A különböző típusú Love-Shida számok között Molodensky és Saito a következő összefüggéseket találták:

$$h_n''' = n \cdot (n+1) \cdot l_n''; \;\; h_n = \frac{2n+1}{3} \cdot \left(1 + k_n''\right); \;\; l_n = \frac{2n+1}{3 \cdot n \cdot (n+1)} \cdot (1 + k_n'''); \;\; k_n' = k_n - h_n \tag{79}$$

(Molodensky 1977),

$$h_n' = h_n - \frac{2n-1}{3} \cdot h_n''; \;\; k_n' = k_n - \frac{2n+1}{3} \cdot \left(1 + k_n''\right); \;\; l_n' = l_n - \frac{2n+1}{3} \cdot l_n'' \tag{80}$$

(Saito 1978).

Varga et al. (2018) megmutatták, hogy mind a négy Love- Shida tripletre a Föld felszínén ($r = a$) igaz, hogy

$$k_n(a) = \frac{3}{2n+1} \int_0^{r^*} \rho(r) \cdot r^{n+1} \left[(n+1) l_n(r) + h_n(r)\right] dr \tag{81}$$

Így az árapály esetén legfontosabb $n = 2$ esetben lesz:

$$k_2(a) = \frac{3}{5} \int_0^{r^*} \rho(r) \cdot r^3 \left[3 l_2(r) + h_2(r)\right] dr \tag{82}$$

Fenti egyenletekben a jobboldalon lévő első tag a horizontális, míg a második a vertikális elmozdulásokat adja meg. Ezek hozzájárulása a keletkező gravitációs változáshoz közel egyforma a földárapály esetében (0.1471 és 0.1458 ha $n = 2$). A felszínt érő külső terhelés (például óceáni vagy légköri változások esetében e két komponens aránya $n = 2$ esetében 0.594, $n = 10$ esetében pedig 0.099.

4.5 Terhelési és potenciálmentes Love-Shida paraméterek felhasználása geodinamikai kérdések vizsgálatára

A Föld felszínétől $a - r$ mélységben elhelyezkedő statikusan terhelt gömbi réteg (38. ábra) réteg gravitációs potenciálja:

$$W = \sum_{n=0}^{\infty} W_n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4\pi G \bar{\rho} (a-r) D_n(\Psi)}{2n+1} \tag{83}$$

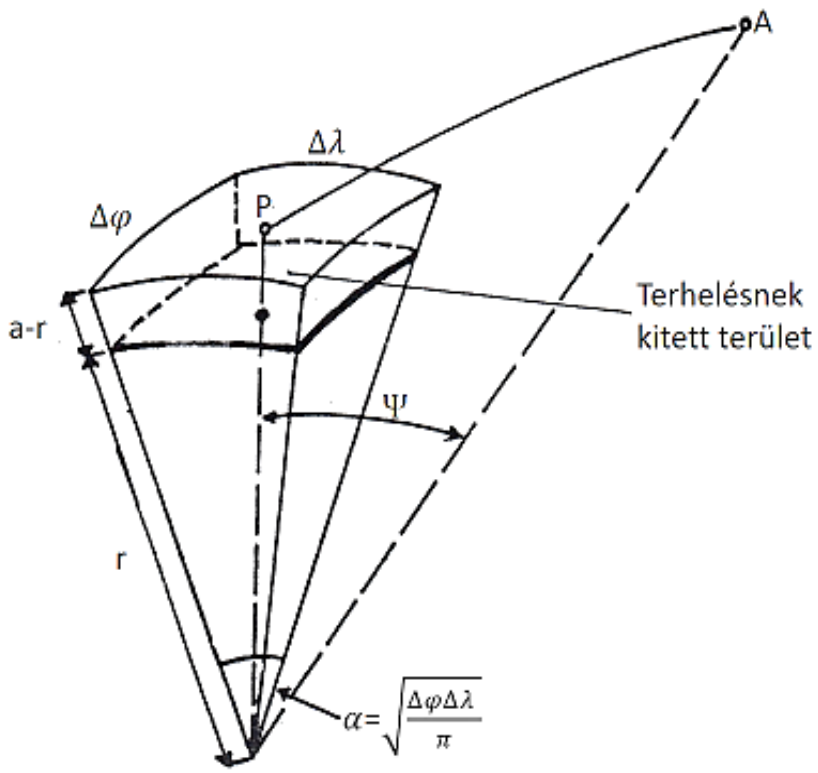
($G -$ gravitációs állandó, $\bar{\rho} -$ a terhelő tömeg átlagsűrűsége, $a -$ a Föld átlagsugara, $r -$ távolság a Föld középponttól). A föld felszínén ($r = a$) a terhelés potenciálja (Pertsev 1970):

$$W = \sum_{n=0}^{\infty} W_n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4\pi G \bar{\rho} a D_n(\Psi)}{2n+1} \tag{84}$$

A két fenti egyenletben $D_n(\Psi)$ egy gömbi szegmenst terhelő $\bar{\rho}$ átlagsűrűségű rétegvastagságának (D) szférikus függvények szerinti sorfejtése:

$$D_n(\Psi) = \frac{D}{2} \left[P_{n-1}(cos\alpha) - P_{n+1}(cos\alpha)\right] \cdot P_n(cos\Psi) \qquad \text{ha } n > 0 \tag{85}$$

$$D_n(\Psi) = \frac{D}{2} (1 - (cos\alpha) \qquad \text{ha } n = 0 \tag{86}$$



38. ábra. A lokális koordinátákkal jellemzett terhelt $\boldsymbol{a-r}$ mélységben elhelyezkedő gömbi terület ($\boldsymbol{\Delta\varphi x\Delta\lambda}$) geometriája

Ψ szög a terhelésnek kitett $\alpha = \sqrt{\frac{\Delta\varphi x\Delta\lambda}{\pi}}$ terület középpontja és a megfigyelési hely (A) gömbi távolsága:

$$\Psi = \frac{1}{a} \cdot arccos[sin\varphi_P \cdot sin\varphi_A + cos\varphi_P \cdot cos\varphi_A \cdot \cos(\lambda_P - \lambda_A)] \tag{87}$$

φ_P, λ_P és φ_A, λ_A P és A pontok koordinátái. $D_n(\Psi)$ a terhelés egy gömbi szegmensen történt n-ik tagja és így:

$$D(\Psi) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n(\Psi) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cdot P_n(cos\,\Psi) = \mathrm{D} \quad \text{ha } 0 \le \Psi \le \alpha \quad \text{és } 0\ ha\ \alpha<\Psi \tag{88}$$

Wn felhasználásával a terhelés következtében a gravitációs változás és a vertikális elmozdulás lesz a $\alpha = \sqrt{\frac{\Delta\varphi X\Delta\lambda}{\pi}}$ centrális szöggel jellemzett gömbi négyzeten:

$$-\Delta g = -\sum_{n=0}^{\infty} \Delta g_n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8\pi G D_n(\Psi)\bar{\varrho}}{2n+1}\left(\frac{n}{2} - \frac{n+1}{2}k'_n + h'_n\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8\pi G D_n(\Psi)\bar{\varrho}}{2n+1}\delta'_n \tag{89}$$

$$\Delta h = \sum_{n=0}^{\infty} h'_n \frac{W_n}{g} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4\pi G\bar{\varrho} a D_n(\Psi)}{(2n+1)g} \cdot h'_n \tag{90}$$

A fenti egyenletek közül az első jobb oldalán a luniszoláris hatás esetéhez hasonlóan a baloldalon zárójelben szereplőterhelési Love-Shida számok δ'_n jelölést kaptak. A gömbi négyzetek

kombinálásával szabálytalan alakú területeken fellépő terhelések esetében is számítható a keletkező gravitációs hatás (Δg) és szintelmozdulás (Δh). Így például számítható az óceáni árapály hatása a föld árapály megfigyelésekre a kontinensek belsejében is. Ennek szemléltetésére a 11. táblázatban az Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet Askania gyártmányú graviméterével különböző hazai és európai állomásokon 1975 és 1990 között végzett megfigyelések eredményei kerülnek bemutatásra az O_1 és M_2 árapályhullámok esetében. Az óceáni hatás számítása Schwiderski (1980) cotidális térképei alapján történt. Európában az M_2 hullám esetében a tengeri árapály hatása lényegesen meghaladja O_1-ét. Ennek megfelelően a két hullám amplitúdó hányadosai az óceáni árapály hatás miatti korrekció alkalmazása előtt lényegesen nagyobb mértékben térnek el egymástól, mint azt követően. Ez utóbbi estben a két hullám amplitúdóhányadosai megegyező értékűvé válnak (11. táblázat).

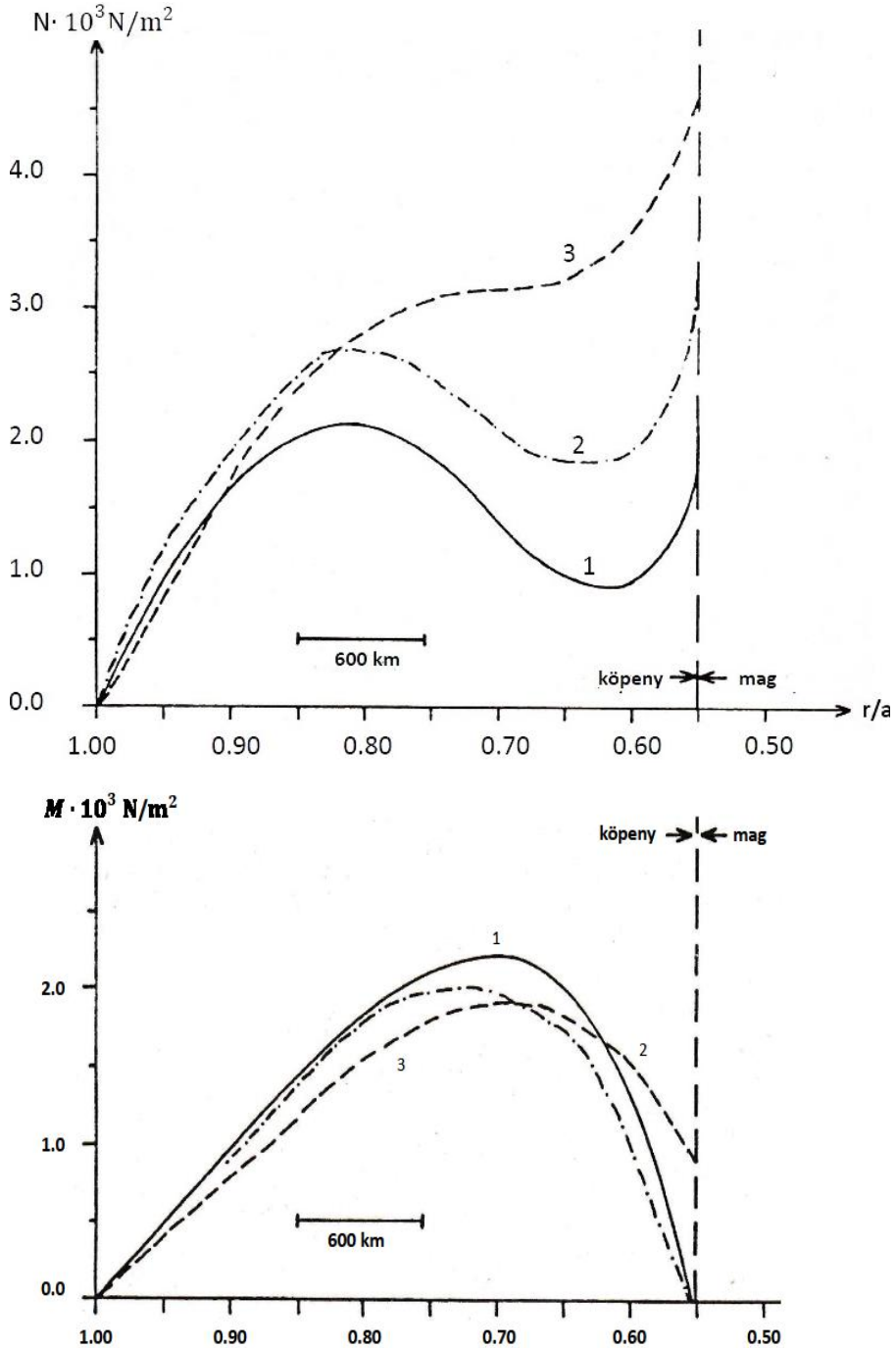
11. táblázat. Megfigyelt és óceáni hatástól megszabadított O1 és M2 amplitúdó-hányadosok különböző helyeken

Állomás	Időtartam (nap)	Megfigyelt amplitúdó-hányadosok		Óceáni hatástól megszabadított amplitúdó-hányadosok	
		O_1	M_2	O_1	M_2
BONN	90	1.158 ± 3	1.197 ± 3	1.165	1.160
POTSDAM	405	1.156 ± 3	1.191 ± 1	1.162	1.164
PECNY	114	1.159 ± 10	1.181 ± 2	1.165	1.154
GRAZ	224	1.156 ± 4	1.182 ± 2	1.162	1.156
OBNINSK	233	1.153 ± 6	1.200 ± 2	1.157	1.184
PULKOVO	161	1.149 ± 5	1.187 ± 3	1.154	1.163
SOPRON	86	1.169 ± 28	1.192 ± 6	1.175	1.165
TIHANY	220	1.155 ± 8	1.187 ± 3	1.161	1.161
PENC	122	1.158 ± 8	1.191 ± 3	1.164	1.167
BUDAPEST	240	1.157 ± 3	1.189 ± 3	1.161	1.166
PÉCS	110	1.155 ± 10	1.210 ± 5	1.161	1.164
Összegzett időtartam és átlagos amplitúdó hányadosok	2025	1.157 ± 4	1.191 ± 6	1.164 ± 4	1.165 ± 4

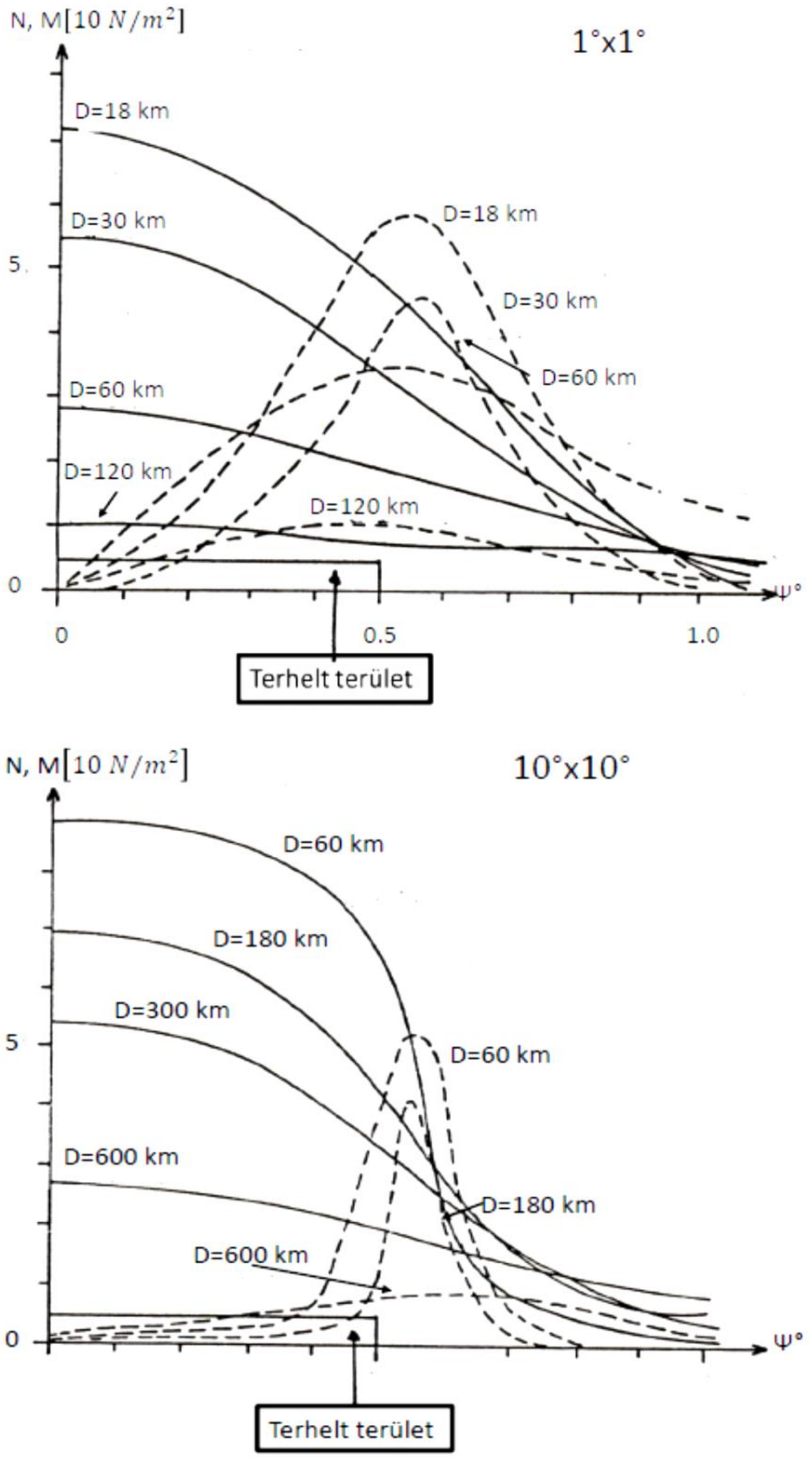
A felszíni terhelés által keltett normális (N) és tangenciális (M) keltette feszültségek eloszlása a földsugár mentén:

$$N = \frac{4\pi G\bar{\rho}}{2n+1}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{N_n \cdot D_n(\Psi)}{2n+1}\cdot\left(\frac{r}{\bar{a}}\right)^n \tag{91}$$

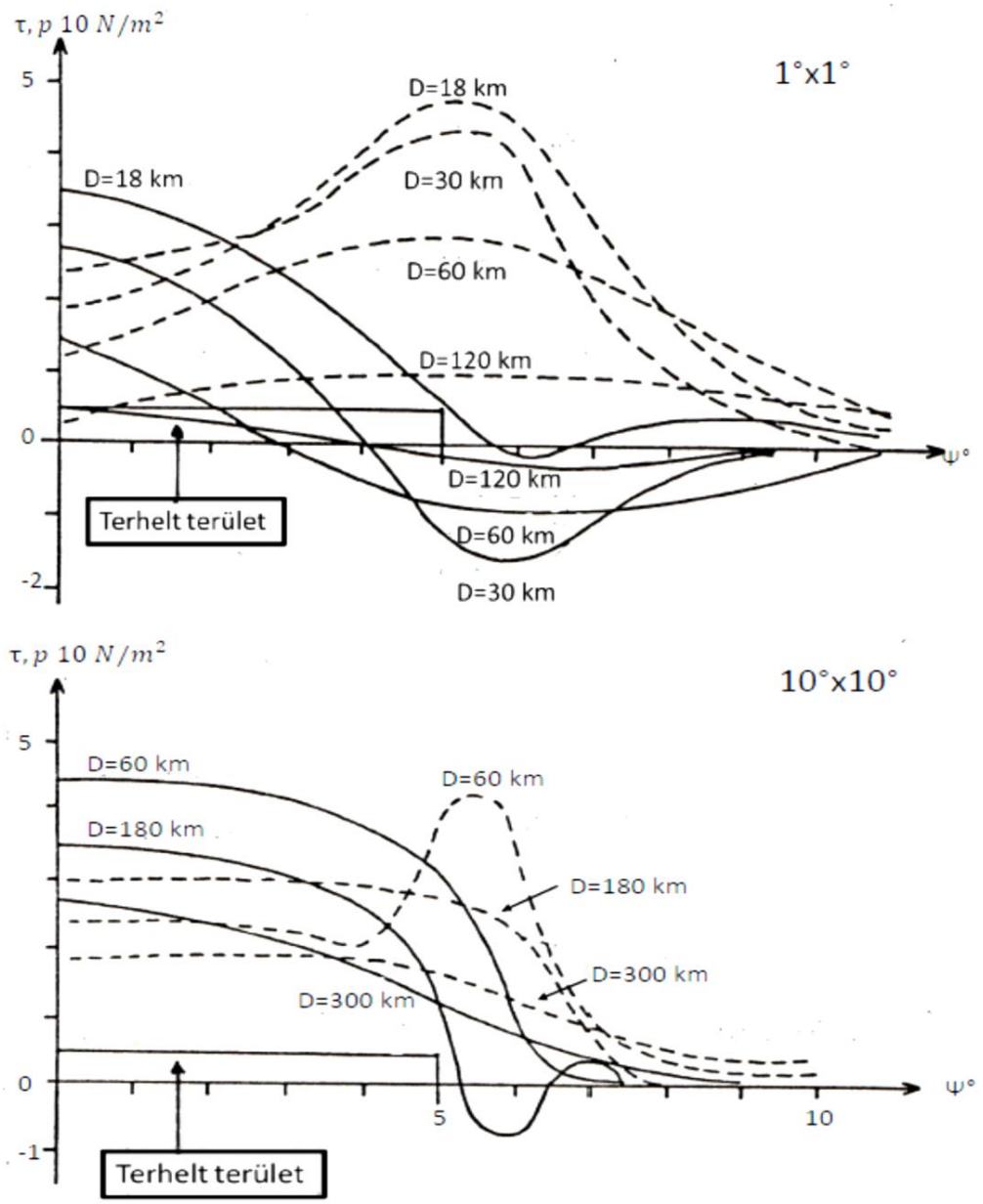
$$M = \frac{4\pi G\bar{\rho}}{2n+1}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{M_n}{2n+1}\cdot\frac{\eth D_n(\Psi)}{\eth\Psi}\cdot\left(\frac{r}{\bar{a}}\right)^n \tag{92}$$



39. ábra. Földárapály hatás okozta normális (***N***) és tangenciális (***M***) feszültségek a köpenyben (1- PREM modell, 2- a köpenyben a feszültség csak a hidrosztatikus nyomás következtében nő, 3- a köpenyben és a magban a sűrűség állandó (4.2 kg/m^3, illetve 12.1 kg/m^3)



40. ábra. Normális (folytonos vonal) és tangenciális (szaggatott vonal) feszültségek a Földben különbözőmélységekben (**D**) 1^0x1^0 és 10^0x10^0 gömbi négyzeteken ható 10 Pa felszíni terhelés esetében



41. ábra. Hidrosztatikus ($\boldsymbol{p}$) (folytonos vonal) és maximális nyírási ($\boldsymbol{\tau}$) (szaggatott vonal) feszültségek a Földben különböző mélységekben (D) 1^0x1^0 és 10^0x10^0 gömbi négyzeteken ható 10 Pa felszíni terhelés esetében

A földárapály hatás okozta normális (N) és tangenciális (M) feszültségek mélység szerinti eloszlása a köpeny felső, ~300 km mélységig terjedő részén $\left(1.00 \leq \frac{r}{a} \leq 0.95\right)$, alig függ a köpeny szerkezetétől. A normális (N) és a tangenciális (M) feszültségek alapján adódik a hidrosztatikus $p(r) = \frac{N(r)+M(r)}{2}$ és a maximális nyírási feszültség $\tau(r) = \frac{N(r)-M(r)}{2}$.

A PREM modell felhasználásával 10^0x10^0 és 1^0x1^0 gömbi négyzeteken 10 Pa felszíni terhelés esetére lett meghatározva N és M, valamint p és τ értéke a Föld belsejében. N és p értékei a felszínen maximálisak és a mélység növekedésével, monoton jelleggel csökkennek. M és τ értékei a Föld sugara

mentén lefelé haladva előbb növekednek, majd miután elérnek egy, a terület nagyságától függő, maximális értéket monoton csökkenni kezdenek. Értékük a terhelésnek kitett területek határán veszik fel maximális értéküket.

A földrengések fészkében megfigyelt feszültségek csak kivételes esetekben haladják meg a 10^7 Pa értéket (azaz 100 bar-t). A földkéregben kiegyensúlyozatlan állapotban lévő, az izosztatikus anomáliákat keltő tömegek is hasonló nyomást gyakorolnak az alattuk lévő rétegekre.

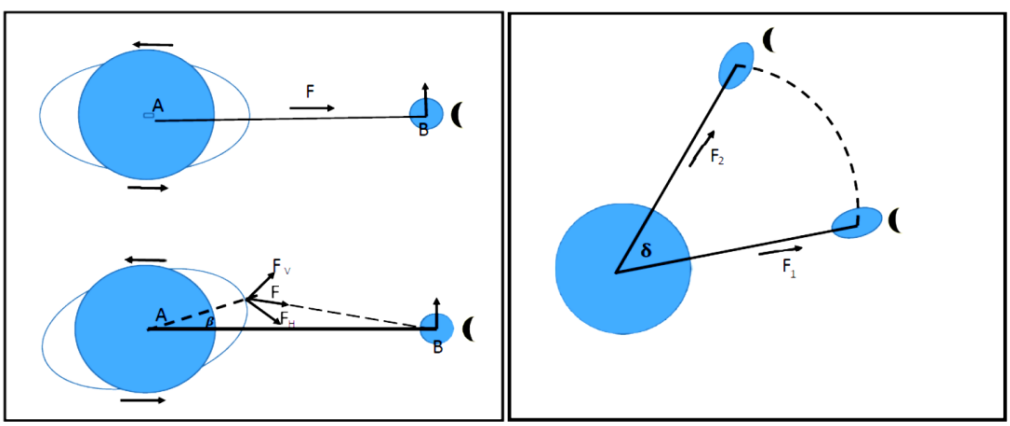
A földrengések leginkább jellemzőnek mondható fészekmélység tartományában ($\sim$30 km) a földárapály maximum 1 kPa feszültség keltésére képes. A hatás mértéke függ a földrajzi helyzettől és a mélységtől. A földárapály hatás mértéke az egyenlítő és a magas földrajzi szélességek övezetében a legszámottevőbb. A feszültség tenzor nyírási összetevői játszanak szerepet. A földárapály hatás rengéseket triggerelő hatása a zonális (hosszúperiódusú) és a szektoriális (félnapos) lehetséges, míg a tesszerális (egésznapos) hullámok hatása nem jelentős. Az óceáni árapály felszínt terhelő hatása, mint az a (40) és (41) ábrákon bemutatott modellek alapján látható, magán a terhelt területen és annak közvetlen környezetében érvényesül. Egy nagy területen érvényesülő 1 m magasságú árapály hullám 10^{-1} Mpa feszültség keltésére képes, ami messze elmarad a jelentősebb földrengések fészkében felhalmozódó $10^5 - 10^7$ Pa (1-10 bar) feszültségektől (Varga és Grafarend 2018).

5 Árapálysúrlódás tengely körüli forgás esetén és librációs súrlódás

Az árapálysúrlódás az árapálytól eltérő jelenség. A keltő égitestnek már egy kialakult árapály púpra gyakorolt gravitációs erőhatásával kapcsolatos, melynek köszönhetően a hatásnak kitett égitest tengelykörüli forgássebessége csökken. Az egyes égitestek életében, így a Föld esetében is, fontos szerepet játszik. Fontossága egyrészt abban rejlik, hogy hatással van az égitestek fejlődésére, illetve segítségével hasznos információkhoz lehet jutni azok történetével kapcsolatban.

Az árapálysúrlódás jelenséget elsőként Edmond Halley ismerte fel mikor 1695-ben megállapította, hogy a Hold közepes mozgása látszólag gyorsabb lett az ókori napfogyatkozások megfigyelt időpontjához viszonyítva. Pierre-Simon Laplace 1786-ban elméleti elemzésében kimutatta, hogy a Hold pálya menti mozgásának mikor kell felgyorsulnia Föld körüli pályájának excentricitása következtében.

Schröder és Treder (1997) szerint "Einstein volt az első, aki felfigyelt a Föld forgásával kapcsolatos kérdések fontosságára a newtoni gravitáció elméletében... és 1919-ben megjósolta a Föld inercia momentumának változásait a Hold által keltett (parciális) árapály következtében" A XX. század kiemelkedő geofizikusa Jeffreys pedig így fogalmaz: "Úgy gondolom fő hozzájárulásom a tudomány fejlődéséhez a taylori árapálysúrlódási elmélet általánosítása" (Jeffreys 1921).



42. ábra. Árapály, árapály súrlódás (bal oldali ábra) és librációs árapály (jobb oldali ábra)

A jelenség két formáját lehet megkülönböztetni. Az első esetben (42. ábra, baloldali rajz) az árapályhatásnak kitett test (az ábrán példaként a Föld) a keltő égitesthez képest elfordul. Tökéletesen

rugalmas Föld esetében (felső ábra baloldalon) az árapálypúp csúcsa a Föld és a Hold középpontját összekötő AB egyenesre esik. Ekkor árapálysúrlódás nem lép fel, a Hold árapálykeltő hatása nincs hatással a Föld forgására, és ezzel együtt a földi nap hosszára. Ha a Föld nem tökéletesen rugalmas az árapálypúp késik és a Föld forgása miatt és így az árapálypúp nem esik az AB egyenesre, azzal β szöget zár be. A keltő égitest az árapály púpra F erővel hat. Ennek a hatásnak kitett égitest (esetünkben a Föld) felszínével párhuzamos összetevője F_H ellentétes irányú az égitest forgásával és azt fékezi.

A másik eset a 42. ábra jobb oldalán felülnézetben látható. Ez a kötött tengelyforgás esete (tidal locking). Ekkor a hatásnak kitett égitest (általában holdak) tengely körüli forgása megegyezik a keringési idővel, azaz, mindig ugyanazt az oldalát mutatja a púpot keltő égitest felé. Ha a hold (esetünkben a Hold) körpályán keringene a púpot keltő égitest körül az árapálysúrlódás jelensége nem lép fel. Mivel azonban a hold elliptikus pályán kering a rá gyakorolt árapálykeltő erő időben változóvá lesz a pálya elliptikus alakja, a pálya menti - Kepler második törvényének megfelelő - sebesség változása és a holdpályának a keltő égitest egyenlítői síkjához viszonyított dőlése miatt. Ez a librációnak nevezett jelenség háromféle formában jelentkezik: hosszúság szerinti libráció, mely a hold pálya excenricitása miatt lép fel, a hosszúság szerinti libráció a hold pályája inklinációja következtében, a földforgás miatti napi libráció melynek oka, hogy a megfigyelő e forgás miatt nem lévén a bolygó középpontjában a két égitest középpontját összekötő egyenesnek előbb az egyik majd a másik oldalára kerül. A Hold esetében a libráció három típusának értékei 7°54', 6° 42' és kevesebb, mint 1°. Így ebben a második esetben is felléphet az árapálysúrlódás, a librációs súrlódás.

5.1 Árapálysúrlódás



Edmond Halley (1656-1742)



Julius Robert Mayer (1814-1878)



George Haward Darwin (1845-1912)

Edmond Halley már 1695-ben megállapította, hogy a Hold helyzetei, melyeket az ókori ismert időpontú napfogyatkozásokból vezetett le, nem esnek egybe a 17. század végén végzett megfigyelések eredményeivel. Annak idején ez volt az egyetlen olyan égi mechanikai jelenség, melyet Newton nem sokkal korábban közzétett „Principia"-jában (1687) leírtakkal nem tudtak még megmagyarázni. Később ez a dilemma olyan nagy neveket foglalkoztatott, mint Kant, Laplace, míg végül a XIX. század közepén a magyarázatot megtalálták.

Bretterbauer (1987) szerint Julius Robert Mayer, a termodinamika tudományának egyik megalapozója 1848-ban dolgozta ki az árapálysúrlódás kvalitatív leírását, míg a jelenség ma elfogadott 1908-ban publikált matematikai megalapozása George Darwin nevéhez kötődik (Darwin 1908). Ha eltekintünk a meteorológiai és földmágneses hatásoktól, akkor a Föld forgásának lassulása az árapály jelenséggel kapcsolatos, melynek geológiai időléptékű hosszú periódusú változásainak vizsgálata a Nap-Hold-Föld-rendszerben a momentumok megmaradásának elvére épül. Ezt egy nem bonyolult, de kissé hosszadalmas egyenlettel a következő formában írhatjuk fel:

$$\frac{d}{dt}[C\omega + C_m\omega_m + C_s\omega_s]$$
$$= \frac{MM_m}{M+M_m} \cdot n_m c_m^2 (1-e_m^2)^{1/2} \cdot \left[\frac{1}{3} n_m^{-1} \cos i_m \frac{dn_m}{dt} + \frac{e_m}{1-e_m^2} \cos i_m \frac{de_m}{dt} + \sin i_m \frac{di_m}{dt}\right]$$
$$- \frac{M_s(M+M_m)}{M+M_s+M_m} n_s c^2 (1-e_s^2)^{1/2} \cdot \left[{}^1\!/_3\, n_s^{-1} \cos i_s \frac{dn_s}{dt} + \frac{e_s}{1-e_s^2} \cos i_s \frac{de_s}{dt} + \sin i_s \frac{di_s}{dt}\right] + N \tag{93}$$

A fenti egyenletben $M,\ C,\ \omega$ a tömeget, az inercia tenzort és a szögsebességet jelöli a Föld, illetve a Hold (m indexekkel jelölve) és a Nap esetében (s indexekkel jelölve), n a pályamenti sebességet jelöli, míg $a,\ e,\ i$ a pálya elemek (távolság, excentricitás és inklináció).

Az N korrekciós tag a Nap-Hold-Föld-rendszerben meglévő, figyelembe nem vett külső nyomatékokkal kapcsolatos. de_m/dt és di_m/dt kis, 10^{-9}/év nagyságrendű mennyiségek (Zharkov et al. 1996) és így elhanyagolhatóak. Jó közelítéssel feltételezhető, hogy a Hold a Föld körül annak egyenlítői síkjában kör alakú pályán kering ($e_m = i_m = 0$) Végül nyilvánvalóan $C_m\omega_m < C\omega$ és ezért elhanyagolható $dC_m\omega_m/dt$. Így a fenti egyenletből adódik, hogy az impulzusmomentum megmaradás törvénye:

$$C\frac{d\omega}{dt} + \omega\frac{dC}{dt} = \frac{1}{3}\frac{MM_m}{M+M_m} c_m^2 \frac{dn_m}{dt} = L \tag{94}$$

Ebben a kifejezésben az árapály nyomaték $L = -4.4 \cdot 10^{16}$ J , ha $\frac{MM_m}{M+M_m} = 7.257 \cdot 10^{27}$ kg, $a_m = 3.844 \cdot 10^8$ m, $\frac{dn_m}{dt} = -1.23 \cdot 10^{-23} s^{-2}$. Ha feltételezzük, hogy $N \ll L$ valamint, ha $dC/dt \ll 0$ akkor $C\, d\omega/dt \approx L$.

A teljes árapálynyomaték

$$L = L_{ET} + L_{AT} + L_{OT} \tag{95}$$

Itt az első tag a szilárd Föld, a második a légköri, míg a harmadik az óceáni árapálynyomatéka. A szilárd Föld árapályával kapcsolatos momentum Pariisky (1960) szerint:

$$L_{ET} = \frac{3}{2} k_2 G M_m^2 \frac{R^5}{a_m^6} sin2\beta \tag{96}$$

ahol, mint korábban $M_m \cdot a_m$ a Hold tömege és távolsága a Földtől, R a Föld átlagos sugara, k_2 másodfokú Love szám és G gravitációs állandó.

β fáziskésés szög értéke a földárapály hullám megfigyelések eredményeiből adódó amplitúdó hányados (δ_2) és fáziskésés (κ_2) alapján határozható meg a következő egyenletek felhasználásával:

$$\beta = \frac{1}{2}\delta_2(\delta_2 - 1)^{-1} \cdot \kappa_2 \quad \text{a félnapos és} \tag{97}$$

$$\beta = \delta_2(\delta_2 - 1)^{-1} \cdot \kappa_2 \quad \text{az egésznapos hullámok esetében.} \tag{98}$$

Baker és szerzőtársai (1996) nyolc kiemelkedő minőségű gravitációs árapály megfigyelési adatsorból az O_1 egésznapos és az M_2 félnapos árapályhullámok esetében $\kappa_{2_{O_1}} = -(0.02° \div 0.06°)$ és $\kappa_{2_{M_2}} = -(0.04° \div 0.06°)$ értékeket határoztak meg. Ezért (96) felhasználásával $L_{ET} = -(0.2 \div 0.3) \cdot 10^{16}$J az atmoszferikus momentum értéke Na et al. (2019) eredménye alapján $L_{AT} = +1.5 \cdot 10^{15}$J. Az óceáni árapály momentum értékére Schwiderski (1980) M_2, S_2, O_4 és K_1 hullámok esetére meghatározott globális árapálytérképei alapján az óceáni momentum (L_{OT}) értéke $-5.0 \cdot 10^{16}$ J. (Varga and Denis 2010). Tekintettel arra, hogy $L_{LE} + L_{AT} \approx 0$ megállapítható, hogy $L \approx L_{OT} = 5.0 \cdot 10^{16}$ J.

A Föld fejlődését és dinamikáját befolyásoló jelenségek közül csak egy külső, forrásokból és geológiai időléptékben ható folyamat ismeretes, a tengelykörüli forgás sebességet csökkentő

árapálysúrlódás. A földi nap hosszúság (*LOD*) vizsgálata céljából a földtörténet napjainkban végződő 2.5 milliárd éves szakaszára adatbázis került összeállításra (Varga et al. 2012). Ennek alapján végzett adatfeldolgozás alapján megállapítást nyert, hogy a földi nap hossza ötször gyorsabban csökkent a fanerozoikumban (Pz) (a földtörténet utolsó 540 millió évében) mint az azt megelőző proterozóikumban (Ptz) (2.5 milliárd évtől a jelenkor elöttől a fanerozoikumig terjedő idő) (43. ábra):

$$LOD\ Pz\ =\ 24.00\ -\ 4.98t \tag{99}$$

$$LOD\ Ptz\ =\ 21.44\ -\ 0.97t \tag{100}$$

ahol t az idő a jelenkor előtt milliárd évben, eonban értendő) (38. ábra). Ez a két utóbbi regressziós egyenes felhasználható több geodinamikai mennyiség változásának vizsgálatára a Föld története során. Megállapítható, hogy a fanerozoikumban (Pz) (azaz a földtörténet utolsó 542 millió éve során) a nap hosszúság (*LOD*) növekedése átlagosan 1.79 ms/évszázad (4.98 óra/eon) volt. Ezzel szemben a mezo- és neoarchaikumban, valamint a proterozoikumban (Ptz) 0.35 ms/évszázad (0.97 óra/eon) (eon = Ga = 10^9 év). Azaz a Föld történetének a fanerozoikumot megelőző részében az árapálysúrlódás következtében végbemenő forgássebesség lassulás 5.1-szer kisebb volt, mint azt követően. Látható továbbá (43. ábra), hogy a Föld egyenlítői lapultsága (f) mintegy 70%-al nőtt az utolsó (2.5-3.0)·10^9 év során. Ez a folyamat többé-kevésbé stabil volt a Pz során, ami rugalmas feszültség felhalmozódáshoz kellett vezessen a Föld legkülső hozzávetőleg 100 km vastagságú részében. Természetesen ez a folyamat napjainkban is folytatódik, ami a felszabaduló földrengés energia földrajzi szélességek mentén történő eloszlásában nyilvánul meg (Zharkov et al. 1996). Megállapítható az is, hogy (2.5-3.0))·10^9 évvel ezelőtti értékhez képest a gravitációs gyorsulás a sarkokon ≈ 90 miligallal kisebb lett, míg az egyenlítőn 340 miligallal megnőtt. Innen következik, hogy az egyenlítő mentén a gravitációs gyorsulás évente 2 nanogallal nőtt.

A (100) egyenlet felhasználásával formálisan adódik, hogy a Föld keletkezéséhez közeli időpontban, 4.5 milliárd évvel ezelőtt, a földi nap hossza 17.5 óra volt. Ez az érték azonban csak, mint a naphossz becslése során, mint alsó lehetséges határként szolgálhat. Ez azért lehet alsó határérték, mert az *LOD* érték változást elsősorban keltő világóceán sokkal később alakult ki. Egy másik becslésre ad módot a nap hossz változások adatbázisának exponenciális görbével történő közelítése a legkisebb négyzetek módszere alkalmazásával. Így adódik (Varga 2006)

$$LOD = 4.68 \cdot e^{-0.00166t} + 19.65 \tag{101}$$

A (101) egyenlet azt mutatja, hogy a földi nap hossza a 3.0 és 4.5 milliárd évvel ezelőtti időszakban gyakorlatilag változatlan volt és 19.6 órát tett ki.

Kepler törvényének

$$n_m^2 c_m^3 = G(M + M_m) \tag{102}$$

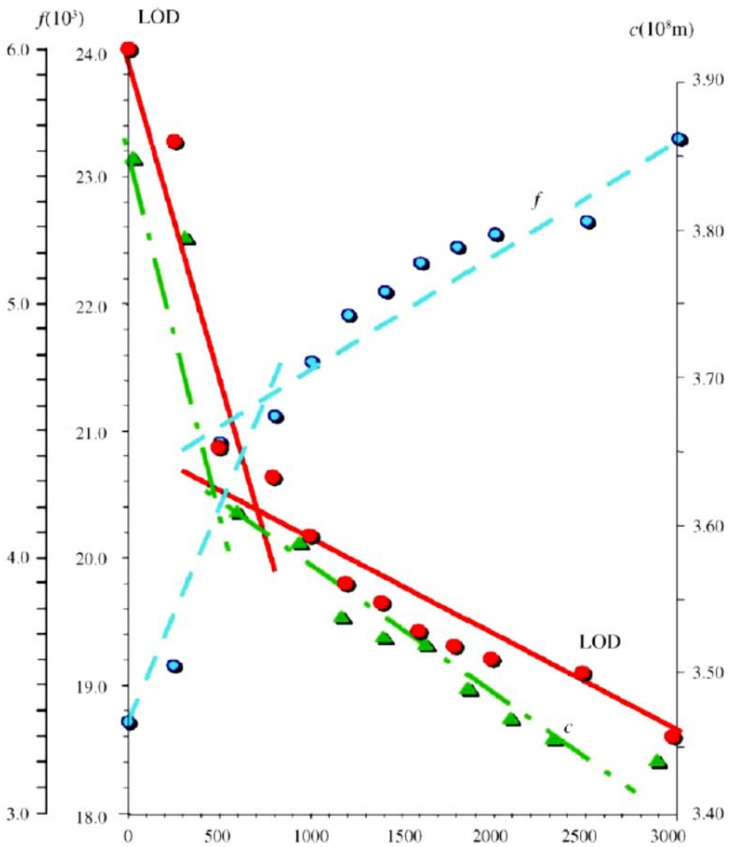
idő szerinti deriváltja:

$$2n_m c_m^3 \frac{\partial n_m}{\partial t} + 3n_m^2 c_m^2 \frac{\partial c_m}{\partial t} = \frac{\partial G}{\partial t}(M + M_m) + G\frac{\partial (M + M_m)}{\partial t} = 0 \tag{103}$$

A két fenti egyenlet és (96) felhasználásával számítható a Hold pálya átlagos sugarának, azaz a Föld-Hold távolságnak (a_m), illetve a Hold pályamenti sebességének (n_m) változásai a földtörténet utolsó 2.5-3.0 milliárd éve során:

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{2}\frac{M \cdot M_m}{M + M_m}\frac{a_m \cdot n_m}{C}\frac{da_m}{dt} \tag{104}$$

$$\frac{dn_m}{dt} = -\frac{2}{3}\frac{n_m}{a_m}\frac{da_m}{dt} \tag{105}$$



43. ábra. A nap hosszúságának (*LOD*), a lapultságnak ($\boldsymbol{f}$) és a Föld-Hold távolság ($\boldsymbol{c}$) változásának regressziós egyenesei a ***Pz***, illetve a ***Ptz*** során (folytonos vonal körökkel, szaggatott vonal körökkel és szaggatott vonal háromszögekkel). A pontok és a háromszögek a regressziós egyenesekhez felhasznált adatokat jelölik

Továbbá a Föld lapultságának időbeli változása lesz:

$$\frac{df}{dt} = (1 + k_s)\frac{R^3}{G \cdot M_E}\omega\frac{d\omega}{dt} \tag{106}$$

A (94) egyenletet Kepler egyenletének deriváltjával (103) kombinálva meghatározhatjuk a Holdnak a Földtől való távolodásának sebességét:

$$\frac{dc}{dt} = \frac{2(M + M_m)}{MM_m}C \cdot (c \cdot n)^{-1}\frac{d\omega}{dt} \tag{107}$$

Az utóbbi egyenletek közelítő jellegűek, mert (94) egyenletből származnak, ahol feltételeztük, hogy $dC/dt = 0$. Felhasználásukkal kapott és a 39. ábrán bemutatott adatok alapján megállapítható, hogy mintegy három milliárd évvel ezelőtt a Hold csak 4%-al volt közelebb a Földhöz, mint jelenleg, Ebben az időben a nap hossza 20 óra körül lehetett. Mindezek viszonylag lassan végbemenő változásokra utalnak a Föld-Hold rendszer fejlődésében.

Az árapálysúrlódás hatása az *LOD*-re a teljes árapály energia (E_T) segítségével vizsgálható. E_T három összetevőt foglal magába, a Föld tengely körüli forgásának, a Hold pályamenti és a kölcsönhatás energiáit:

$$E_T = \frac{1}{2}C\omega^2 + \frac{1}{2}a_m^2 n_m^2 \cdot \left(\frac{M \cdot M_m}{M + M_m}\right) - G\frac{M \cdot M_m}{a_m} \tag{108}$$

Ismét felhasználva Kepler képletét ($n_m^2 a_m^3 = G(M + M_m)$) lesz:

$$E = \frac{1}{2}\left(C\omega^2 - \frac{MM_m}{a_m}\right) \tag{109}$$

Az egyenletet idő szerint differenciálhányadosa lesz:

$$\dot{E} = C\omega\dot{\omega} + \frac{1}{2}G\frac{MM_m}{a_m^2}\dot{a}_m\omega \tag{110}$$

Jobb oldalon az idő szerinti deriválást Kepler egyenletének

$$\dot{a}_m = \frac{2}{3}\frac{a_m}{n_m}\dot{n}_m \tag{111}$$

segítségével lehet kiváltani, és a momentum megmaradás elvét alkalmazva lesz:

$$C\omega + \frac{MM_m}{M + M_m}a_m^2 = konstans \tag{112}$$

A két utolsó egyenlet kombinációjával:

$$\dot{\omega} = \frac{1}{3}\frac{M_m}{M + M_m}\frac{Ma_m^2}{C}\dot{n}_m \tag{113}$$

$\dot{a}_m$ és $\dot{\omega}$ a Kepler törvénnyel együtt eredményezi, hogy $\dot{E} = C(\omega–n_m)\dot{\omega}$.
Mivel $\omega = 7.2685 \cdot 10^{-5}\, s^{-1} > n_m = 2.425 \cdot 10^{-6}\, s^{-1}$ feltételezhetjük, hogy

$$\dot{E} \approx C\omega\dot{\omega} \approx C\omega^2\frac{\Delta LOD}{LOD} \tag{114}$$

Így $\dot{E}$ a Pz-ben $3.2 \cdot 10^{12}$ W, míg korábban a Ptz során $0.7 \cdot 10^{12}$ W. A tengelykörüli forgás kinetikus energiája $E_K = C\omega^2/2$. Mivel $C\omega = const$ és $\omega = 2\pi/LOD$ adódik $E_K = \text{const} \cdot LOD^{-1}$.
Fentiek alapján megállapítható, hogy

- az utolsó 3 milliárd év során a Föld elvesztette forgási energiájának 33%-t,
- a nap hossza 540 millió évvel ezelőtt ~21 óra volt,
- a forgási energia veszteség a Pz során 4.1-szerese volt a korábbi, a Ptz során, végbementnek,
- a proterozoikum és a fanerozoikum határán a Föld dinamikájában jelentős változás zajlott le. Ennek a változásnak oka ma még nem tisztázott.

5.2 A Föld-Hold rendszer fejlődése az árapálysúrlódás következtében

Csillagászati megfigyelések alapján a forgássebesség csökkenése a XIX. és a XX. század folyamán átlagosan $-5.6 \cdot 10^{-22}\, s^{-2}$ volt (ami azt jelenti, hogy a földi nap hossza évszázadonként 1.72 ms-al hosszabbodott). Az 1980-as évek második felétől ismeretes űrgeodéziai adatokból valamivel nagyobb ($-6.1 \cdot 10^{-22}\, ms^{-2}$) érték adódik, míg a történelmi múltban megfigyelt (elsősorban kínai és kisebb részben mezopotámiai) napfogyatkozások adatai alapján Stephenson és Morrison 1995-ben valamivel kisebb ($-4.5 \cdot 10^{-22}\, s^{-2}$) értéket kaptak. A földforgássebesség csökkenésének értéke őslénytani és paleoszedimentológiai adatok alapján a fanerozoikum során $-5.4 \cdot 10^{-22}\, s^{-2}$, ami megegyezik a csillagászati megfigyelésekből kapott értékkel. A (99) és (100) egyenletek összehasonlítása alapján megállapítható: a fanerozoikum előtti időszakokban (proterozoikum, archaikum) ez az érték közel ötödére csökkent (39. ábra).

A földi nap hosszának becslése egy a Föld keletkezéséhez közeli 3.0 és 4.5 milliárd évvel ezelőtti időpontban a (100) regressziós egyenlet segítségével elvileg lehetséges. A legősibb kőzet, mely az árapály rétegződést megőrizte 3.2 milliárd évvel ezelőtt képződött. Az akkori nap hossznál a rétegsort leíró geológusok csak annyit tudtak megállapítani, hogy az kevesebb volt 19.5 óránál. Arra, hogy a földi nap hosszát bolygónk keletkezésének időpontjában (4.56 milliárd évvel ezelőtt) becsüljük,

jelenleg nincs megalapozott lehetőség, mert: a Hold valamivel (≈ 100 millió évvel) később keletkezett, mint a Föld, pontosabban akkor szakadt ki bolygónkból egy égitest becsapódás következtében nem tudjuk, hogyan hatott a Hold feltételezett kiszakadása a Föld forgási energiájára.

Ezért meg kell elégednünk egyelőre azzal, hogy a földi nap hosszát a 39. ábrán bemutatott adatok segítségével a 4.0-4.2 milliárd évvel ezelőtti időszakra becsüljük.

Ha feltételezzük, hogy a nap hossza 2.5 és 4.0 milliárd évvel ezelőtti időszakban úgy csökkent, mint ahogy az a (100) regressziós egyenes segítségével adódik, úgy a 4.0-4.2 milliárd évvel ezelőtti időszakra 17.5 óra adódik. Ez az egyszerű becslés valószínűleg egy alsó lehetséges határértéket ad, mivel a lineáris extrapoláció során indirekt módon feltételezzük a tengeri árapály fékező hatásának állandó jelenlétét. A (101) egyenlet ebben az időszakban gyakorlatilag állandó 19.5 óra értéket ad a naphosszra. Ez az érték felsőhatárnak tekinthető a 4.0 milliárd évvel ezelőtti időpontban, mivel ebben az esetben feltételezzük, hogy a Föld történetében nem volt árapálysúrlódás jelen bolygónk történetének első 1.5 milliárd éve során. Ugyanakkor Eriksson és Simpson (2000) munkájából megállapítható, hogy a nap hosszúsága 3.2 milliárd évvel ezelőtt közelebb volt a 15 órához, mint 24 órához. Ez úgy is megfogalmazható, hogy abban az időben kevesebb volt 19.5 óránál.

Fenti egyszerű kísérlet a 4.0 milliárd évvel ezelőtti forgássebesség érték becslésére alátámasztásra szorul. Az alátámasztást elősegítheti az árapály karakterisztikus idején alapuló vizsgálat. Ennek érdekében a Föld-hold rendszert egy erősen csillapított oszcillátorként kezeljük. Az oszcillátor karakterisztikus τ_{TID} idejét szolgáltató differenciálegyenlet megoldásában Hubbard (1984) nyomán a Föld-hold rendszerre vonatkozó paramétereket alkalmazzuk:

$$\tau_{TID} = \frac{2\pi \cdot M \cdot c^6}{3k_s \cdot T_0 \cdot G \cdot M_m^2 \cdot R^3 \cdot \beta} \tag{115}$$

Fenti kifejezésben T_O a földi nap hossza hozzávetőleg 4.4 milliárd éve, azaz mintegy 100 millió évvel a Föld-hold rendszer kialakulását követő időszakra érvényes. Ennyi időre mindenképpen szükség volt, hogy a Föld-hold rendszer stabilizálódjon, M és M_m a Föld és a Hold tömege, R a Föld átlagos sugara, G a gravitációs állandó, c a Föld és Hold távolsága, míg k_s az úgynevezett szekuláris Love féle szám, mely az alacsony viszkozitású, cseppfolyós állapothoz közel álló testek deformációjának leírásához szükséges:

$$k_s = \frac{3 \cdot G \cdot (C - A)}{\omega^2 \cdot R^5} = 0.937 \pm 0.002 \tag{116}$$

C és A- a Föld sarki és egyenlítői inercia momentumai.

A legnagyobb gondot (115) egyenletben az effektív földi árapálypúp késésének (β) becslése jelenti. A jelenlegi világóceán árapály térképének feldolgozásakor –5°-t határoztunk meg. Ez az érték közelítőleg érvényben kellett, hogy maradjon az egész fanerozoikumban (azaz a földtörténet utolsó félmilliárd éve során). Korábbra (egészen 2.8-3.0 milliárd évig visszamenőleg -1° és -1.5° közötti értéket becsültünk, mivel a Földön ebben az időszakban a földrészek területe jelentősen csökkent és ezzel együtt a kontinentális shelfeké is. A hárommilliárd évnél korábbi időkben $\beta = -0.5°$ értékkel kell számolnunk (már nincsenek nagy összefüggő kontinentális talapzatok, melyeken keresztül az árapálysúrlódás kellően érvényesülhetne).

A (107) egyenlet felhasználásával adódnak a (115) egyenlet alkalmazásához szükséges Föld és Hold távolság értékek:

$c = 3.3844 \times 10^8\ m,$	jelenkor,
$c = 3.4500 \times 10^8\ m\ 3.0 \cdot 10^9$	év a jelenkor előtt,
$c = 3.2000 \times 10^8\ m, 4.5 \cdot 10^9$	év a jelenkor előtt.

A τ_{TID} karakterisztikus idő értékeket - bizonyos mértékig önkényesen - kerültek kiválasztásra: 10 Ga; 7.5Ga; 5 Ga. A valóságos Föld esetében természetesen $\tau_{TID} > 5$ Ga, sőt nagy valószínűséggel $\tau_{TID} > 7.5$ Ga. Ez a feltételezés azon a tényen alapul, hogy a T_O lényegesen rövidebb, mint a

holdhónap, és az extrapolációhoz a Pz-re érvényes $d\omega/dt = -5.6 \cdot 10^{-22}\ s^{-2}$ hányadossal számolva feltételezhető, hogy ez a helyzet a következő 2,5 Ga-ra is fennáll.

12. táblázat. Naphossz értékek különböző fáziskésés ($\boldsymbol{\beta}$), Föld-Hold távolság ($\boldsymbol{c}$) és Föld-hold rendszer karakterisztikus idők ($\boldsymbol{\tau_{TID}}$) esetében.

$\boldsymbol{\beta = -2°}$

c	τ_{TID}= 10^{10}	$7.5 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^9$
3.844×10^8	11.39	15.19	22.78
3.450×10^8	5.95	7.94	11.91
3.200×10^8	3.79	5.05	7.58

$\boldsymbol{\beta = -1,5°}$

3.844×10^8	15.19	20.25	30.38
3.450×10^8	7.94	10.59	15.88
3.200×10^8	5.05	6.74	10.11

$\boldsymbol{\beta = -1.0°}$

3.844×10^8	22.78	30.37	45.46
3.450×10^8	11.91	15.88	23.82
3.200×10^8	7.58	10.11	15.16

$\boldsymbol{\beta = -0.5°}$

3.844×10^8	45.57	60.75	91.12
3.450×10^8	23.82	31.75	47.65
3.200×10^8	15.15	20.22	30.30

A τ_{TID} karakterisztikus idő értékeket - bizonyos mértékig önkényesen - kerültek kiválasztásra: 10 Ga; 7.5 Ga; 5 Ga. A valóságos Föld esetében természetesen $\tau_{TID} > 5$Ga, sőt nagy valószínűséggel $\tau_{TID} >$ 7.5 Ga. Ez a feltételezés azon a tényen alapul, hogy a T_O lényegesen rövidebb, mint a holdhónap, és az extrapolációhoz a Pz-re érvényes $d\omega/dt = -5.6 \cdot 10^{-22}\ s^{-2}$ hányadossal számolva feltételezhető, hogy ez a helyzet a következő 2,5 Ga-ra is fennáll. A 12. táblázatban szereplő eredmények közül a 10 ,valamint 7.5 milliárd τ_{TID} értéket használva a Föld keletkezéséhez viszonylag közeli időpontokra 15.15 órás, illetve 20.22 órás értékeket kaptunk, azaz hasonlókat, mint a már korábban leírt extrapolációkból.

Elméleti számítások már az 1980-as években azt valószínűsítették, hogy a nagy becsapódások, mint kezdeti feltételek jelentős szerepet játszottak az égitestek tengelykörüli forgásának kialakulásában (Lissauer et al. 2000). Jelenleg is ez az elmélet a legkidogozottabb magyarázat a Föld-hold rendszer kialakulásának (Canup 2012). A kezdeti időszakban a két égitest közötti kapcsolat lényegesen a későbbi időszakoknál összetettebb lehetett. Fontos kérdés: meddig tarthatott ez a kezdeti időszak?

A Föld nap hossza, forgási szögsebessége, a Föld és a Hold távolsága az utolsó 2.5 milliárd év során viszonylag kis mértékben változott. A fent leírt Extrapolációs kísérlet azt mutatja, hogy ez a fokozatos fejlődés a Föld teljes történetének döntő részére jellemző volt, ami azt valószínűsíti, hogy a Föld Hold rendszer kialakulása földtörténeti időléptékben gyorsan játszódott le. Fentiekből kitűnik,

hogy a Hold 3–3,5 Ga BP körülbelül 4% -kal közelebb volt a jelenleginél és feltételezhető, hogy pályájának sugara a jelen érték kb. 90% -án belül marad.

A Föld forgási energia $E_K = \frac{C\omega^{2\cdot}}{2}$ egyenlet első tagja) jelenkori értéke ~ $2.1 \cdot 10^{29}$ J. Ez körülbelül annyi, mint a Naptól $4 \cdot 10^4$ év alatt kapott teljes hőenergia, mint $4 \cdot 10^{12}$darab M=8 méretű földrengés energiája (ilyenből évente 2-3 fordul elő az egész Földön) illetve megfelel 10^{12} darab olyan meteorit energiájának, mely az arizonai Barringer krátert Arizonában létrehozta. Fent ismertetett eredményből következik, hogy a fanerozoikum előtti időben (mintegy 4 milliárd év alatt) a forgási energia csökkenése ($T_O = 17{,}5$ óra és $T_O = 19.5$ óra értékeket feltételezve évente $2.2 \cdot 10^{19}$ J/év, illetve $3.5 \cdot 10^{18}$ J/év volt, azaz a Föld életének ebben az igen hosszú szakaszában eredeti forgási energiájának mintegy harmadát veszítette el. A fanerozoikum durván félmilliárd éve alatt az éves energia veszteség $1.5 \cdot 10^{20}$ J/év –re nőtt és a forgási energia szintén mintegy harmada veszett el, azaz az éves forgási energiavesztés számottevően felgyorsult.

Következtetések

1.) A Kepler törvény egyenletének idő szerinti deriváltjának (103) jobb oldalán nyilvánvalóan megengedhető, hogy a második tag nullával legyen egyenlő. Tételezzük fel továbbá, hogy a gravitációs állandó időbeli változása állandó $\frac{\partial G}{\partial t} = C^*$. Így adódik, hogy

$$\frac{\partial n_m}{\partial t} = -\frac{3}{2}\frac{n_m}{c_m}\frac{\partial c_m}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial t}\frac{M + M_m}{2n_m c_m^3} = -\frac{3}{2}\frac{n_m}{c_m}\frac{\partial c_m}{\partial t} + C^{**} \tag{117}$$

(117)- ben C^{**} nyilvánvalóan állandó érték. (117)-t (**)-ba írva:

$$C\frac{d\omega}{dt} + \omega\frac{dc}{dt} = -\frac{1}{2}\frac{MM_m}{M + M_m}n_m c_m\frac{\partial c_m}{\partial t} + \frac{1}{6}\frac{MM_m}{c_m}\frac{\partial G}{dt} = L_m + \frac{1}{3}\frac{MM_m}{M + M_m}c_m^2 C^{**} \tag{118}$$

A Föld jelenlegi állapotában (117) bal oldalának második tagja az elsőhöz viszonyítva elhanyagolható. A Föld teljes árapálymomentuma (tengeri-, föld és légköri árapályoké együtt) legalább $-5.0 \cdot 10^{16}$ J. Innen következik, hogy a (118) képletben $C^{**} > 0$ és ezért $dG/dt = 0$ feltételezéssel kell élnünk, ami ellentmondásban van mind Dirac elméletével, mind a föld tágulásának hipotézisével.

Mindebből nem következik, hogy bolygónk gravitációs tere annak története során teljesen változatlan maradt. Mint az a 39. ábrából megállapítható a Föld geometriai lapultsága (f) az utolsó 2.5 milliárd év során 70 %-kal csökkent. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy a gravitációs tér abszolút értéke a pólusokon 9.8391 $m \cdot s^{-2}$-ről 9.8322 $m \cdot s^{-2}$-ra csökkent, azaz a változás 690 mgal (az SI rendszerben 1 mgal $= 10^{-5}\, N \cdot kg^{-1}$) míg az egyenlítőn 9.750 $m \cdot s^{-2}$-ről 9.7804 $m \cdot s^{-2}$ értékre növekedett, azaz 2940 mgal változás történt. Az 50°-ik szélességen a tér 330 mgal értékkel nőtt, azaz a változás nagyságrendje (1-2) ngal/év, ami nagyon közel van a ma már mérésekkel kimutatható határértékhez.

2.) Föld nap hossza, forgási szögsebessége, a Föld és a Hold távolsága a fanerozoikumot megelőző 2.5-3.0 milliárd év során viszonylag kis mértékben változott. Extrapolációs meggondolások azt mutatják, hogy ez a fokozatos fejlődés a Föld teljes történetének döntő részére jellemző volt, ami azt valószínűsíti, hogy a Föld Hold rendszer kialakulása földtörténeti időléptékben nagyon gyorsan játszódott le.

3) Hatalmas volt viszont a forgási energiavesztés. Ennek valahol nyoma kell, hogy legyen bolygónkon. Jelentős feszültségeknek kellett felhalmozódniuk a Föld viszonylag merev külső részében, azaz a kéregben és a köpeny legfelső részében. Modellvizsgálataink szerint – mely során egy cseppfolyós, merev külső héjjal burkolt Földet tételeztünk fel – a forgássebesség csökkenés következtében jelentkező feszültségek a 45°-ik szélességeken extremummal bírnak. Megállapítható, hogy a nagy $M \geq 7$ földrengések során felszabaduló energia szélességi eloszlása maximális a $\pm 45°$ földrajzi szélesség környékén (Varga és Denis 2010).

5.3 Árapályhatás a Naprendszerben

A Naprendszer égitestei közül természetesen a Hold és a Nap kelti a legjelentősebb árapály gyorsulást a Földön $\left(1.37 \cdot \frac{10^{-6}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \text{ és } 0.50 \cdot \frac{10^{-6}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$. Ehhez képest a többi égitest hatása elhanyagolhatóan kicsiny (Wenzel 1997):
Merkúr $3.64 \cdot \frac{10^{-13}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, Vénusz $5.88 \cdot \frac{10^{-11}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, Mars $1.12 \cdot \frac{10^{-12}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, Jupiter $6.54 \cdot \frac{10^{-12}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, Szaturnusz $2.36 \cdot \frac{10^{-13}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, Uránusz $3.67 \cdot \frac{10^{-15}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, Neptunusz $1.06 \cdot \frac{10^{-15}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, Plútó $7.61 \cdot \frac{10^{-20}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Tekintettel arra, hogy a nagyérzékenységű graviméterek érzékenysége $\frac{10^{-11}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$-$\frac{10^{-12}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ $(\sim 10^{-12}\mathrm{g})$ a Földhöz közeli bolygók hatását a földárapály mérések feldolgozásakor figyelembe kell venni.

A Naprendszer életében számottevő szerepe van a holdak szinkron forgása esetén fellépő árapálynak („tidal locking") (42. ábra, baloldali kép). Ez a hatás elsősorban a holdpályák ellipticitása következtében lép fel: a bolygók által keltett gravitációs árapály hatás eltérő a holdpályák periapsisában (azaz a bolygó-hold távolság minimuma) és apoapsisában (azaz a bolygó-hold távolság maximuma) esetében. Ha eltekintünk a jelentős értékben kisebb és már említett libráció keltette hatásoktól, akkor a holdaknak a pályájuk ellipticitásából eredő árapály deformációja (5) képlet segítségével számítható.

Hivatkozások

A magyar nyelv történeti-etimológiai szótára I. kötet, 1967, Akadémiai Kiadó.

Abours S, Lecolazet R (1978): New results about the dynamical effects of the liquid outer core as observed at Strasbourg, in Proceedings of the 8th International Symposium on Earth Tides, eds Bonatz M, Melchior P, Bonn. 689–697.

Agamennone G (1902-1903): Sulla Pretesa Insufficienza degli Apparati Pendolari in Sismometria, Boll. Soc. Sismologica Italiana, 13, 49.

Agnew DC (1986): Strainmeters and tiltmeters. Reviews of Geophysics, 24, 3, 579-624.

Agnew DC (2010): 6 Earth Tides. Treatise on Geophysics, Volume 3: Geodesy, 163.

Aiton EJ, Burstyn HL (1965): Galileo and the theory of tides, ISIS, 56, 1, 56-63.

Aksentieva ZN (1951): Résultats définitifs de la détermination de l'onde M2 dans les oscillations de la verticale à Tomsk de 1912 à 1920, Trav. Obs. Gravim. Poltava Acad. Sc. Ukraine 4, 3-88, Kiev.

Alterman Z, Jarosch H, Pekeris CL (1959): Oscillations of the Earth. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 252, 1268, 80-95.

Baker TF, Curtis DJ, Dodson AH (1996): A new test of Earth tide models in central Europe, Geophysical Research Letters, 23, 24, 3559-3562.

Baróti Szabó D (1784): Kisded szó-tár, melly a' ritkább Magyar szókat az A. B. C. rendi szerént emlékeztető versekben előadja, Kassán, Landerer Mihály betűivel.

Benioff H (1935): A linear strain seismograph. Bulletin of the Seismological Society of America, 25, 4, 283–309.

Benioff H (1959): Fused quartz extensometer for secular tidal and seismic strains. Bulletin of the Geological Society of America. 70, 8, 1019–1032.

Benioff H, Press F, Smith S (1961): Excitation of the free oscillations of the Earth by earthquakes. Journal of Geophysical Research 66, 605–619.

Berger J, Levine J (1974): The spectrum of earth strain from 10− 8 to 102 Hz. Journal of Geophysical Research, 79, 8, 1210-1214

Berger J, Wyatt F (1973): A Discussion on the measurement and interpretation of changes of strain in the Earth-Some observations of earth strain tides in California. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 274(1239), 267-277.

Bernabini M, Orlando L (2006): Evolution of instrumentation and techniques in applied geophysics, Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata, 47, 3, .299-342.

Bilham R (1973): The location of earth strain instrumentation, Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 274(1239), 429-433.

Bilham R, Beavan J, Evans K (1983): Long baseline Fluid-Tube Tiltmeter Geometry and the Detection of Flexure of Tilt. In Proceedings of 9th International Symposium On Earth Tides, New-York, 85-94.

Blum PA, Jobert G, Jobert N (1959): Premiers resultats obtenus á l'aide inclinometre, Académie des Sciences (Paris), Comptes Rendus 248, 10, 1551-1554.

Brein R (1961): Le Ressort Electromagnetique utilise pour l'enregistrement des Marees Terrestres, Communications de l'Observatoire Royal de Belgique, 188, Série Géophysique 58, 139-143.

Brein R (1970): Bericht über einige Arbeiten zu den Gravimeterregistrirungen in Frankfurt a. M, Sixième Symposium International sur les Marées Terrestres, Observatoire Royal de Belgique, Série Géophysique 96, 33-36.

Bretterbauer K (1987): Geodesy and cosmogony, Proceedings Winter Seminar on Geodynamics'87, Geodetic and Geophysical Research Institute of Hungarian Academy of Sciences, Sopron, 257-278.

Bullen KE (1950): An Earth Model Based on a Compressibility-Pressure Hypothesis, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Geophysical Supplements, 6, 50-59.
Bullen KE (1955): The interior of the Earth. Scientific American, 193,3, 56-61.
Bullen KE (1969): The interiors of the planets. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 7, 1, 177-200.
Bullen KE (1975): The earth's density, Chapman and Hall, London.
Bullesfeld FJ (1985): Ein Beitrag zur harmonischen Darstellung des gezeitenerzeugenden Potentials. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft 314, München.
Caesar J (1974): Feljegyzések a Gall háborúról, Magyar Helikon (Szepessy Tibor fordítása).
Canup RM (2012): Forming a Moon with an Earth-like composition via a giant impact. Science, 338 (6110), 1052-1055.
Cartwright DE, Tayler RJ (1971): New computations of the tide-generating potential, Geophys. J. Roy. Astron. Soc, 23, 45-74.
Cartwright DE (2001): Tides a scientific history, Cambridge University Press.
Chandler SC (1891): On the variation of latitude. The Astronomical Journal, 11, 59-61, 65-70, 83-86.
Chandrasekhar S (2003): Newton's Principia for the common readers, Clarendron Press.
Choinicki T (1973): Ein Verfahren zur Erdgezeitenanalyse in Anlehnung an das Prinzip der kleinesten Quadrate, Mitteilungen aus dem Institut für Theoretische Geodäsie der Universität Bonn, 15.
Cholnoky J (1932): A Föld megismerésének története, Singer és Wolfner Irodalmi Intézet Rt.
Clarkson HN, LaCoste LJB (1956): An improved instrument for measurement of tidal variations in gravity, Transactions, American Geophysical Union, 37, 3, 266-272.
Clarkson HN, LaCoste LJB (1957): Improvements in tidal gravity meters and their simultaneous comparison. Eos, Transactions American Geophysical Union, 38, 1, 8-16.
Darwin GH (1881): IX. On the tidal friction of a planet attended by several satellites, and on the evolution of the solar system, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 172, 491-535.
Darwin GH (1882): A numerical estimate of the rigidity of the Earth; Teljes változata: Thomson, S. W, & Tait, P. G. 1888: Treatise on natural philosophy, Section 848.
Darwin GH (1904): A tengerjárás és rokontünemények naprendszerünkben, Ford.: Kövesligethy Radó, Az eredetivel összevetette Eötvös Loránd, Budapest, K. M. Természettudományi Társulat, Franklin-Társulat könyvsajtója.
Darwin GH (1908): Tidal Friction and Cosmogony, The Scientific Papers of Sir George Darwin, Volume 2, Cambridge University Press.
Dehant V (1987): Tidal parameters for an inelastic Earth. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 49, 1-2, 97-116.
Dehant V, Zschau J (1989): The effect of mantle inelasticity on tidal gravity: a comparison between the spherical and the elliptical Earth model. Geophysical Journal International, 97,3, 549-555.
Dehant V, Hinderer J, Legros H, Leftz M (1993): Analytical approach to the computation of the Earth's outer core and the inner core rotational motions, Physics of the Earth and Planetary Interiors, 76, 259-282.
Dehant V, Mathews PM (2015): Precession, nutation and wobble of the Earth, Cambridge University Press. Deparis V, Legros H, Souchay J, 2013: Investigations of Tides from Antiquity to Laplace, 31-81, In: Tides in Astronomy and Astrophysics (Editors: Souchay J, Mathis S, Tokieda T.), Lecture Notes in Physics 861, Springer.
DeVries D, Wahr JM (1991): The effects of the solid inner core and nonhydrostatic structure on the Earth's forced nutation and earth tides, Journal of Geophysical Research, 96, 8275-8293.
Doodson AT (1921): The harmonic development of the tide generating potential, Proc. Roy. Soc. Ser. A, 100, 305-329.
Doodson AT, Warburg HD (1941): Admiralty manual of tides. London, Her Majesty's Stationery Office (Reprinted 1952).
Dziewonski AM, Anderson DL (1981): Preliminary reference Earth model, Physics of the earth and planetary interiors, 25, 297-356.
Egedal JE, Fjelstad JE (1937): Observations of Tidal Motions of the Earth's Crust Made at the Geophysical Institute, Bergen Geofysiske Publikjoner Norwegian Acad. Sci, XI, 14, 1-30.
Ehlert R (1898): Zusammenstellung, Erläuterung und kritische Beurtheilung der wichtigsten Seismometer mit besonderer Berücksichtigung ihrer praktischen Verwendbarkeit. Beiträge zur Geophysik. Zeitschrift für physikalische Erdkunde, III. Band, W. Engelmann, Leipzig 1898, 350-475.
Ekman M (1993): A concise history of the theories of tides, precession-nutation and polar motion (from antiquity to 1950), Surveys in Geophysics, 14, 585-617.
Ellenberger H (1954): Sonderheft der Zeitschrift für Vermessungswesen. 1954, 2, 32.
Encyclopedia Britannica (1911): volume XXV p. 938.
Endrei W (1978): A középkor technikai forradalma, Magvető Kiadó.
Eriksson KE, Simpson EL (2000): Quantifying the oldest tidal record: 3.2 Ga Moodies.
Große-Brauckmann W, Rosenbach O (1979): Resolution and Stability of Borehole Tiltmeters. In: Vogel, A. (eds) Terrestrial and Space Techniques in Earthquake Prediction Research. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden. Group, Barberton Greenstone Belt, South Africa. Geology, 28, 9, 831-834.
Földi P (2006): A koreai háború, Anno Kiadó.
Fréchet J, Rivera L (2012): Horizontal pendulum development and the legacy of Ernst von Rebeur-Paschwitz, Journal of Seismology, 16,2, 315-343.
Gale HG (1914): On the experimental determination of the Earth's elastic properties, Science, New series, 39, 10017, 927-933.
Gallagher BS, Munk WH (1971): Tides in shallow water: Spectroscopy. Tellus, 23, 4-5, 346-363.
Galilei G (1983): Párbeszédek a két legnagyobb világrendszerről, a Ptolemaioszról és a Kopernikuszról (bevezető és jegyzetek: Bréda Ferenc, Kriterion Könyvkiadó, Bukarest.

Goulty NR, King GCP, Wallard AJ (1974): Iodine stabilised laser strainmeter. Geophysical Journal International, 39, 2, 269-282.
Grace SF (1931): The semi-diurnal lunar tidal motion of Lake Baikal and the derivation of the earth-tides from the water-tides, Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 2, 301–309.
Graf A (1938): Ein neuer statischer Schweremesser zur Messung und Registrierung lokaler und zeitlicher Schwereanderungen, Zeitschrift für Geophysik, 14, 5- 6, 152-172.
Graf A (1957): Gravimeter: Meßprinzipien, Aufbau, Meßtechnik. Verlag der Bayer. Akademie d. Wissenschaften.
Graf A (1959): Verhalten und Eichung der Münchener Horizontalpendel, Third International Symposium on Earth Tides, Trieste, 91-98.
Graf A (1964): Erste Neigungsmesungen mit dem Vertikalpendel in einem 30 m tiefen Bohrloch, Communication de l'Observatoire Royal de Belgique 236, Série Géophysique 69.
Graf A (1967): Band Va: Gravimetrische Instrumente und Messmethoden, Handbuch der Vermessungskunde, Springer-Verlag.
Grimm J, Grimm W (1854): Deutsches Wörterbuch, Verlag von S. Hirzel.
Gunther RT (1926): Richard of Wallingford, Nature, 118, 773-774.
Gutenberg B (1913): Über die Konstitution des Erdinnern, erschlossen aus Erdbebenbeobachtungen. Physikalische Zeitschrift, 14, 1217–1218.
Gutenberg B (1914): Über Erdbebenwellen, VII A Beobachtungen an Registrirungenvon Fernbeben in Göttingen und Folgerungen über die Konstitution des Erdkörpers, Nachrichten Ges. Wiss. Math-Physik Kl. 1914 166-218.
Gutenberg B (1959): Wave velocities below the Mohorovičić discontinuity. Geophysical Journal International, 2, 4, 348-352.
Haalck H (1938): Der statische (barometrische) Schweremesser für Messungen auf festen Landen und auf See, Beiträge zur angewandten Geophysik, 7, 3.
Hartmann T, Wenzel HG (1995): The HW95 tidal potential catalogue, Geophysical Research Letters, 22, 3553-3556.
Hecker O (1911): Beobachtungen an Horizontalpendeln über die Deformation des Erdkörpers unter dem Einfluss von Sonne und Mond. Veröffentlichungen des Königl. Preussischen Geodätischen Institutes, 49.
Heltai G (1575): Chronica az magyaroknak dolgairól, Kolozsvárott, Bibliotheca Hungarica Antiqua VIII, Akadémiai Kiadó, 1973.
Hendershott MC (1973): Ocean tides. Eos, Transactions American Geophysical Union, 54, 2, 76-86.
Herschel J (1881): On Gravimeters; with Special Reference to a Torsion Gravimeter, Designed by the Late J. Allan Broun, F.R.S, Proceedings of the Royal Society of London, 1881, 32, 507-540.
Holub S, Simon Z (1985): Results of long-term earth tide measurements with the GS-15nNo. 225 gravimeter at the Station Pecny, in Proceedings of the 10th International Symposium on Earth Tides, editor Vieira R, Madrid, 223-230.
Hopkins W (1839): Researches in physical geology, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 129, 381-423.
Hoskins M (1920): The strain of a gravitating sphere of a variable density and elasticity, Transactions of the American Mathematical Society, 21, 1, 1-43.
Hough SS (1895): I. The oscillations of a rotating ellipsoidal shell containing fluid. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, A, 186, 469-506.
Howarth D (1959): Dawn of D-day, Collins; Book Club Edition.
Howarth D (1981): The voyage of the Armada, the Spanish story, Collins, London.
Hubbard WB (1984): Planetary interiors. Van Nostrand Reinhold Company.
Ichinohe T (1955): Study on change of gravity with time (Part I): On the tidal variation of gravity, Memoirs of the College of Science, University of Kyoto. Series A, 27, 3, 289-316.
Ishimoto M (1927): Observation of the variation of inclination of the earthís surface (Primary report). Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo 2, 1−12.
Ising G (1930): Relative Schweremessungen mit Hilfe astasierter Pendel, Bulletin géodésique 27, 556—576.
Jánosi I (1911): A földkéreg árapálya, Uránia, 12, 106-110.
Jeffreys H (1921). VIII. Tidal friction in shallow seas, Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, containing papers of a mathematical or physical character, 221(582-593), 239-264.
Jeffreys H (1926): The rigidity of the Earth's central core. Geophysical Supplements to the Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1,7, 371-383.
Jeffreys H (1952, 1959): The Earth: its origin, history and physical constitution. Cambridge, Cambridge University Press.
Jeffreys H, Vicente RO (1957): The theory of nutation and the variation of latitude. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 117,2, 142-161.
Kääriäinen J (1983): Tilt measurements with two different instruments. In Proceedings of 9th International Symposium on Earth Tides, New York, 25- 30.
Koestler A (1996): Alvajárók, Európa.
Kortazzi E (1895): Observations à l'aide du pendule horizontal Rebeur-Paschwitz à l'Observatoire de Nicolaev, Soc. Astron. Russe Publ. 4, 24-25.
Kövesligethy R (1912): Comptes-rendus des séances de la quatriéme conference de la Commission permanente et de ladeuxiéme assamblée génerale de l'Association Internationale de Seismologieréunies a Manchesterdu 18 au 21 Juillet 1911, Hornyanszky, Budapest.
Kudryavtsev SM (2004): Improved harmonic development of the Earth tide-generating potential, Journal of Geodesy, 77, 829-838.

Kuo JT, Hunkins K, Ewing M (1964): Observations of tidal variations of gravity at Palisades, New York, Cinquième Symposium International sur les Marées Terrestres, ed.: Brouet J, Observatoire Royal de Belgique, Communications 236, Geophysique 69, 131-142.
Kuo JT, Jachens RC, Ewing M, White G (1970): Transcontinental tidal gravity profile across the United States. Science, 168, 3934, 968-971.
Kustowski B, Ekström G, Dziewoński AM (2008): Anisotropic shear-wave velocity structure of the Earth's mantle: A global model. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 113(B6).
LaCoste LJB (1934): A new type long period vertical seismograph. Journal of Applied Physics 5, 178.
LaCoste LJB (1935): A simplification in the conditions for the zerolengthspring seismograph. Bulletin of the Seismological Society of America 25 (1), 176–179.
Laplace PS (1825): Traité de mécanique céleste: Tome second, Livre IV.Des oscillation de la mer et de l'atmosphère Courcier, Paris, 171-293. (lásd az angol fordítást is: Laplace, P.S,1966: Mécanique Céleste, English translation by N. Bowditch, Chelsea Pub. Comp. edition, NY.)
Lecolazet R (1956): Application, à l'analyse des observations de la marée gravimétrique, de la méthode de H. et Y. Labrouste, dite par combinaisons linéaires d'ordonnées. In Annales de géophysique 12, 59.
Lecolazet R (1957): Enregistrement et analyse harmonique de la marée gravimétrique à Strasbourg, Annales de Géophysique, 13, 186-202.
Lecolazet R (1959): Résultats des observations de marée gravimétrique effectuées à Strasbourg jusqu'en 1958. Third International Symposium on Earth Tides. Trieste, 147-151.
Lehmann I (1936): Un. Geod. Geophys. Internat, Assoc. Sets, Ser. A, Travaux Scientifiques, 14, 87–115.
Le Provost C (2001): Ocean tides. In: International Geophysics. 69, 267-303, Academic Press.
Lissauer JJ, Dones L, Ohtsuki K (2000): Origin and evolution of terrestrial planet rotation, In: Canup R. M, Righter K. (eds.) Origin of the Earth and Moon, The University of Arizona Press, Tucson, 101-112.
Love AEH (1892): A treatise on the mathematical theory of elasticity, Cambridge University Press.
Love AEH (1909): The yielding of the Earth to disturbing forces, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, 82, 551, 73-88.
Love AEH (1911): Some Problems of Geodynamics: Being an Essay to which the Adams Prize in the University of Cambridge was Adjudged in 1911. University Press. (X. és XI. fejezetek).
Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet 1971. évi jelentése.
Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet 1981. évi jelentése.
Magyar Értelmező Kéziszótár, 1992, Akadémiai Kiadó.
McDonough WF (2003): 3.16–Compositional model for the Earth's core. Treatise on geochemistry, 547-568.
Melchior P (1971): Physique et dynamique planétaires, Volume I, Vander, Louvain.
Melchior P (1983): The Tides of the Planet Earth. Pergamon Press, p. 609.
Melchior P, Kuo JT, Ducarme B (1976): Earth tide gravity maps for Western Europe. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 13, 3, 184-196.
Melchior P, Moens M, Ducarme B, Van Ruymbeke M (1981): Tidal loading along a profile Europe-East Africa-South Asia-Australia and the Pacific Ocean, Physics of the Earth and Planetary Interiors, 25, 1, 71-106.
Melchior P, De Becker M (1983): A discussion of worldwide measurements of tidal gravity with respect to oceanic interactions, lithosphere heterogeneities, Earth's flattening and inertial forces. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 3, 1, 27-53.
Mentes Gy (1999): Hydrostatic tiltmeters in local geodynamical measurements, Acta Geodaetica et Geophysica, 34, 3-18.
Mentes Gy (2010): Quartz tube extensometer for observation of Earth tides and local tectonic deformations at the Sopronbánfalva Geodynamic Observatory, Hungary. Review of Scientific Instruments, 81, 074501, 1-6.
Mentes Gy (2012): Observation of local tectonic movements by a quartz-tube extensometer in the Sopronbánfalva Geodynamic Observatory, in Hungary–Validation of extensometric data by tidal analysis and simultaneous radon concentration measurements, Journal of Geodynamics, 58, 38-43.
Messenger C (1995): The century of warfare, Nugus Martin Productions Ltd.
Michelson AA (1914): Preliminary results of measurements of the rigidity of the Earth, The Astrophysical Journal, XXXIX, 2, 105–138.
Michelson AA, Gale HG (1919): The rigidity of the Earth, Astrophysical Journal, L, 2, 330-345.
Milne J (1886): Earthquakes and other earth movements, London.
Molodensky MS (1953): Elastic tides, free nutation and some problems of the Earth's structure. Trudi Geophys. Inst, 19(146), 3-52.
Molodensky MS, Kramer MV (1961): Earth Tides and the Nutation of the Earth. Izdatelstvo. Akademii. Nauk SSSR, Moscow.
Molodensky MS (1961): The theory of nutation and diurnal Earth tides. Communications de l'Observatoire royal de Belgique, ser. Geoph,188, 25-56.
Molodensky MS (1976): Tides and free oscillations taking into account the Coriolis force, Fizika Zemli, 1, 3-12.
Molodensky MS (1989): General theory of oscillations of the Earth, Moscow, Nauka (in Russian).
Molodensky MS, Kramer M (1980): Influence of the large-scale horizontal mantle inhomogeneities on the Earth tides, Izvestyia Akademii Nauk SSSR, Fizika Zemli, 1, 3-20 (in Russian).
Molodensky MS (2004): Modelling of crust and mantle heterogeneity effects in the theory of Earth tides, Russian Journal of Earth Sciences, 6, 2, 80-93.
Montgomery B (1996): Emlékiratok, Kossuth Kiadó, 1996.
Mott-Smith LM (1940): The gravimeter in geophysical exploration, International Oil, 1, 2, 66-88.

Na SH, Shen W, Cho J, Seo K, Shin YH, Park KD, ... Yoo SM (2019): Earth rotation deceleration/acceleration due to semidiurnal oceanic/atmospheric tides: Revisited with new calculation. Geodesy and Geodynamics, 10,1, 37-41.
Naylor R (2014): Paolo Scarpi and the first Copernician tidal theory, The British Journal for History of Science, 47, 661-675.
Ness NF, Harrison JC, Slichter LB (1961): Observations of the free oscillations of the earth. Journal of Geophysical Research, 66, 2, 621-629.
Newcomb S (1892): Remarks on Mr Chandier's law of variation of terrestrial latitudes. Astronomical Journal, 12, 271, 49-50.
Nörgard G (1933): Statische Schweremesser, Verhandlungen der Baltic Geodätischen Kommission, Helsinki, 1933.
Oddone E (1900): Richerche serumentali in seismometria con apparti nom pendulari, Bull. Seismol. ital, 11, 168.
Orlov AY (1910): Beobachtungen über die Deformation des Erdkörpers unter dem Attractionseinfluss des Mondes an Zöllner'schen Horizontalpendeln, Astronomische Nachrichten,186.
Ostrovskii AE (1961): Séimoclinométre avec enregistreur photoélectrique, Mareés Terrestres, Bulletin d'Information, 25, 500 et 26, 540.
Ozawa I (1961): On the observations of the Earth tide by means of extensometers in horizontal components, Bulletins of Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, 46, 1-15.
Pariisky NN (1960): On the effect of earth tides on the secular retardation of the Earth's rotation, Astronomical Journal, 37, 9, 543-545 (in Russian)
Pariisky NN (1963): Earth tides and inner structure of the Earth, Izvestia AN SSSR, 2, 193-215 (in Russian).
Pertsev BP (1957): Harmonic analysis of bodily tides, Observatoire Royal de Belgique, 114, Serié Geophysique 39.
Pertsev BP (1970): The effect of ocean tides upon Earth tide observations, Observatoire Royal de Belgique, A9, 127.
Pícha J, Skalský L (1963): Determination of period of oscillation and sensitivity of simple horizontal pendulums for tidal measurements. Studia Geophysica et Geodaetica, 7, 2, 156-163.
Poincaré H (1910): Sur la précession des corps déformables. Bulletin Astronomique, Serie I, 27, 321-356.
Pugh TD (1987): Tides, surges and mean sea-level, John Wiley & Sons.
Rebeur-Paschwitz EV (1892): Das Horizontalpendel und seine Anwendung zur Beobachtung der absoluten und relativen Richtungsänderungen der Lothlinie. Nova Acta der Ksl. Leop. -Carol. Deutsche Akademie der Naturforscher, 60, 1, Halle.
Qinwen Xi (1987): A new complete development of the tide-generating potential for the epoch J2000.0, Bulletin d'Informations Marees Terrestres, 99, 6766-6812.
Prothero WA (1967): A Cryogenic Gravimeter, Thesis, University of California, San Diego.
Prothero JrWA, Goodkind JM (1968): A superconducting gravimeter. Review of Scientific Instruments, 39, 9, 1257-1262.
Prothero WA, Goodkind JM (1972): Earth-tide measurements with the superconducting gravimeter. Journal of Geophysical Research, 77, 5, 926-937.
Radau R (1885): Mémoires et observations. Remarques sur la théorie de la figure de la terre. Bulletin Astronomique, I, 2, 157-161, 2, 157-161.
Ránki Gy (1973): A második világháború története, Gondolat.
Roosbeek F (1995): RATGP95: a harmonic development of the tide-generating potential using an analytical method, Geophysical Journal International, 126, 197-204.
Rufus QC (1967): A makedón Nagy Sándor története, Európa Eredeti cím: Historiae Alexandri Magni.
Saito M (1978): Relationship between tidal and load Love Numbers, Journal of Physics of the Earth, 26, 13-16.
Sassa K, Ozawa I, Yoshikawa S (1952): Observation of Tidal Strain of the Earth, Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University Bulletin 3, 1-3.
Sato R, Espinosa AF (1967): Dissipation in the earth's mantle and the rigidity and viscosity in the earth's core determined from the waves multiply reflected from mantle-core boundary, Bulletin of the Seismological Society of America, 57, 5, 829-856.
Sato T, Ooe M, Sato N (1983): Tidal Tilt and Strain Measurements and Analyses at the Esashi Earth Tide Station, In: Proceedings of 9th International Symposium On Earth Tides, New-York, 23-237.
Schmidt von A (1898): Das Trifilargravimeter.Gerlands Beiträge zur Geophysik, IV.
Schröder W, Treder H-J (1997): Einstein and geophysics: Valuable contributions warrant a second look, EOS, 28, 78, 43.
Schuster O (1970): Deutsche Geodätische Kommission, Reiche C, 146.
Schüller K (1976): Ein Beitrag zur Auswertung von Erdgezeitenregistrierungen. Veröffentlichungen der Deutschen Geodäsische Commission, Reihe C, 225.
Schweydar W (1912): Untersuchungen über die Gezeiten der Festen Erde. Potsdam, Leipzig, B. G. Teubner Verlag.
Schweydar W (1914): Beobachtung der Änderung der Intensität der schwere Kraft durch den Mond, Königl. Preußische Akademie der Wissenschaften, Physikalisch-mathematische Classe, Berlin.
Schweydar W (1916): Theorie der Deformation der Erde durch Flutkräfte. Veröffentlichung des Königlich Preussischen Geodätischen Institutes, neue Folge, Nr. 66.
Schwiderski EW (1980): On charting global ocean tides. Reviews of Geophysics, 18. 1, 243-268.
Shida T (1912): On the elasticity of the Earth and Earth's crust, Memoir of College of Science and Engineering, Kyoto Imperial University Vol. 4.
Slichter LB, Zürn W, Syrstad E, Knopoff L, Smythe WD, Uffelman H (1979): Long-period gravity tides at the South Pole. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 84, B11, 6207-6212.
Sludsky F (1895): (De la rotation de la Terre upposée Fluide á son Intérieour, Bulletin de SociéteImperiale des Naturalistes, 9, Moscou.
Stoneley R (1926): The elastic yielding of the earth. Geophysical Supplements to the Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1, 7, 356-359.

Stoneley R (1927): The elastic yielding of the earth, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Geophysical Supplements, 1, 7, 356-359.
Strabón (1977): Geographika, Földy József fordítása, 1977 Gondolat.
Suzuki Y, Sato R (1970): Viscosity determination int he earth's outer core from ScS and SKS phases, Journal of Physics of the Earth, 18, 2, 157-170.
Takeuchi H (1950): On the earth tide of the compressible earth of variable density and elasticity. Eos, Transactions American Geophysical Union, 31(5), 651-689.
Takeuchi H, Saito M (1961) . Free oscillations of the earth. Proceedings of the Japan Academy, 37, 1,.33-36.
Tamura Y (1987): A harmonic development of the tide-generating potential," Bulletin d'Informations Marees Terrestres, 99, 6813-6855.
Thomson W (1862): On the Rigidity of the Earth. Proceedings of the Royal Society of London, 12, 103-104.
Thomson W (1863): XXVIII. Dynamical problems regarding elastic spheroidal shells and spheroids of incompressible liquid. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 153, 583-616.
Thomson W (1868): Report of Committee for the purpose of promoting the extension, improvement, and harmonic analysis of tidal observations. British Association for the Advancement of Science, .489-505.
Tomaschek R, Schaffernicht W (1932): Untersuchungen über die zeitlichen Änderungen der Schwerkraft. Messungen mit dem Bifilargravimeter. Annalen der Physik, 407, 7, 787-824.
Varga P (1974): Dependence of the Love numbers upon the inner structure of the Earth and Comparison of theoretical models with the results of measurements. Geophysica Pura at Applicata, 112, 777-785.
Varga P (1983): Potential free Love numbers, Manuscripta Geodetica, 8, 85-91.
Varga P (1984): Geodinamikai vizsgálatok, A Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet 1984. évi jelentése, 137-145.
Varga P (1989): Love numbers and the inner structure of the Earth. Veröffentlichungen des Zentralinstituts für Physik der Erde, 102, I, 376-396.
Varga P, Denis C (2010): Geodetic aspects of seismological phenomena. Journal of Geodesy, 84, 2, 107-121.
Varga P, Krumm FW, Doglioni C, Grafarend EW, Panza G, Riguzzi F, Sneeuw N (2012): Did a change in tectonic regime occur between the Phanerozoic and earlier Epochs? Rendiconti Lincei, 23, 2, 139-148.
Varga P, Gráczer Z (2013): Kövesligethy Radó és a magyar földrengéskutatás, Magyar Tudomány, 1, 29-52.
Varga P, Mentes Gy (2016): Deformáció mérések és kapcsolatuk földrengésekkel. Természet Világa 1 (különszám), 12-16.
Varga P, Grafarend E (2018): Influence of Tidal Forces on the Triggering of Seismic Events, Pure and Applied Geophysics, 175, 5, 1649-1657.
Varga P, Grafarend E, Engels J (2018): Relation of different type Love–Shida numbers determined with the use of time-varying incremental gravitational potential, Pure and Applied Geophysics, 175, 5, 1643-1648.
Verbaandert J (1959): Etalonnage des pendules horizontaux par crapaudine dilatable etudiee interferometriquement, Third International Symposium on Earth Tides, Trieste,81-90.
Verbaandert J, Merchior P (1960): Les stations géophysiques souterraines et les pendules horizontaux de l'Observatoire Royal de Belgique. Ciel et Terre, 76, 329.
Venedikov AP (1966): Une méthode pour l'analyse des marées terrestres á partir d'enregistrements de longeur arbitraires, Bulletin de l'Academie Royal de Belgique Communication Royal Obsarvatoire de. Belgique, 250, Ser. Geophy, 71, 437-459.
Vicente RO, Jeffreys H (1964): Nearly diurnal nutation of the Earth. Nature, 204, 4954, 120-121.
Volland H (1997): Atmospheric tides. In: Tidal Phenomena, Lecture Notes in Earth Sciences, volume 66, 221-246), Springer Berlin Heidelberg.
Wahr JM (1981): Body tides on an elliptical, rotating, elastic and oceanless Earth, Geophysical Journal International, 64, 3, 677-703.
Warburton RJ, Goodkind JM (1976): Search for evidence of a preferred reference frame, The Astrophysical Journal, 208, 881-886.
Warburton RJ, Goodkind JM (1978): Detailed gravity-tide spectrum between one and four cycles per day. Geophysical Journal International, 52, 1, 117-136.
Wenzel HG (1996): The nanogal software: Earth tide data processing package ETERNA 3.30. Bulletin d'Information. Marées Terrestres, 124, 9425-9439.
Wenzel HG (1997): Tide-generating potential for the Earth, In: Wilhelm H, Zürn W, Wenzel H.-G. (eds.) Tidal Phenomena, Lecture Notes in Earth Sciences 66, Springer, 9-26.
Wiechert E (1897): Ueber die Massenverteilung im Inneren der Erde. Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, 1897, 221-243.
Williamson ED, Adams LH (1923): Density distribution in the Earth. Journal of the Washington Academy of Sciences, 13, 19, 413-428.
Zahel W (1970): Die Reproduktion gezeitenbedingter Bewegungsvorgänge im Weltozean mittels des hydrodynamisch-numerischen Verfahrens (Doctoral dissertation). Institut für Meereskunde der Universität Hamburg.
Zharkov V, Molodensky S, Brzezinski A, Groten E, Varga P (1996): Low frequency geodynamics and physics of the Earth interior. Wichmann Verlag, Bonn.
Zöllner JKF (1869): Über eine neue Methode zur Messung an ziehender und abstossender Kräfte, Berichte über die Verhandlungen der königlich sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig, mathematisch-physische Classe, 21, 281 – 284.
Zürn W (1997): The nearly-diurnal free wobble-resonance, In Wilhelm H, Zürn W, Wenzel H-G. (eds): Tidal Phenomena, Lecture Notes in Earth Sciences 66, Springer, 95-109.